

I-29

線形化有限変位理論による梁-柱の設計式の精度の検討

東京大学 学生員 猿渡 耕二

東京大学 正 員 長谷川彰夫

東京大学 正 員 西野 文雄

1. まえがき: 現行の構造物の設計方法では、構造物に存在する種の不整や材料および幾何的な非線形応答の影響が構造解析においてではなく、設計基準上で考慮されているため、設計基準の照査式の精度を犠牲とした簡単な式か、精度を高めた複雑な式への選択にせまられているのが、基準改訂への課題となっている。たとえば、設計基準上の梁-柱の簡単な面内及び面外設計式¹⁾には十分な理論的根拠がなく、実験などによる検証も少ないので改善の要請も高い。ここでは、適切な初期不整、初期降伏条件を組み合わせた線形化有限変位理論を用いて現行の梁-柱の面内及び面外設計式の妥当性について検討を行う。

2. 現行設計式の検討方法: 両端単純支持の梁-柱の面内及び面外挙動を薄肉断面部材の解析解を求めることにより検討した。

面内設計式の場合: 図1に示す軸力と面内の曲げを受ける部材について、軸圧縮力 P と線形化有限変位解析により求めた最大曲げモーメント M_z (耐荷力)を式(1)に代入して係数 β を求め、この β により面内設計式の妥当性を検討する。

$$\beta = \frac{P}{P_{Uz}} + \frac{M_z}{M_{yz}(1 - P/P_{Cz})} \quad (1)$$

面外設計式の場合: 図2に示す軸力と面内及び面外の曲げを受ける部材について、軸圧縮力 P と面外曲げモーメント M_y 及び線形化有限変位解析により求めた最大曲げモーメント M_z (耐荷力)を式(2)に代入して係数 γ を求め、この γ により面外設計式の妥当性を検討する。

$$\gamma = \frac{P}{P_{Uy}} + \frac{M_y}{M_{yy}(1 - P/P_{Cy})} + \frac{M_z}{M_{Uz}(1 - P/P_{Cz})} \quad (2)$$

すなわち、 $\beta, \gamma < 1$ ならば現行設計式は安全性に問題があり、逆に $\beta, \gamma > 1$ ならば安全であるが経済性に問題があることになる。

3. 面内設計式の検討結果: 面内設計式についての検討として、図3に示す断面について初期不整を固定し、軸力を変えて解析した結果を図3に示す。現実の部材に存在する初期たわみ及び残留応力その他の不整の影響を全て初期たわみ(または対応荷重)による影響で置き換える等価初期たわみの概念と初期降伏条件の導入で、線形化有限変位解析を可能とした。等価初期たわみとして、式(3)において現実の場合に想定される $3/1000$ の値を用いた。

$$w_i = k l \sin \frac{\pi}{l} x \quad \text{ここで } w_i: \text{面内初期たわみ } l: \text{スパン} \quad (3)$$

この検討の結果、面内設計式の場合は軸力の値が設計式の精度に与える影響は小さく、総じて精度は良好であることがわかる。

4. 面外設計式の検討結果: 図2に示す断面の部材が軸圧縮力 P と面外曲げモーメント M_y を受けるときの最大曲げモーメント M_z (耐荷力)は、式(4)の3次方程式により決定される。

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \quad (4)$$

$$A = m_2 \lambda_8$$

$$B = m_2 \lambda_8 (y_1 + y_2 - 1) - ((m_1 n_1 k_1 + k_2) \lambda_8 - \lambda_5 m_2 k_3) \lambda_2$$

$$C = \lambda_1 m_2 y_3^2 + ((\lambda_1 n_1 + \lambda_5) m_2 k_1 + (\lambda_5 + \lambda_8 n_1) m_1 k_3) \lambda_2 y_3 -$$

$$D = \left((\lambda_1 n_1 + \lambda_5) k_1 + (\lambda_3 + \lambda_4) m_1 k_2 \right) \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 m_2 \lambda_8 \\ + \left((\lambda_3 + \lambda_4) m_2 k_2 + (\lambda_5 + \lambda_8 n_1) k_3 \right) \lambda_1 \lambda_2 y_3 - (\lambda_2 (\lambda_3 \lambda_5 (\lambda_8 m_1 k_1 + \lambda_1 m_2 k_3) + \lambda_1 \lambda_4 \lambda_8 k_2) + \lambda_1 \lambda_3 \lambda_8 m_2 (y_1 + y_2 - 1))$$

$$\lambda_8 = \frac{r_s (P_{CZ} - P)}{M_{YZ}}, \quad y_1 = \frac{P}{P_Y}, \quad y_2 = \frac{M_Y}{M_{YY}}, \quad y_3 = \frac{M_Y}{M_{YZ}}, \quad x = \frac{M_Z}{M_{YZ}}$$

その他の記号等については文献²⁾を参照されたい。初期不整を表すパラメータとして、面外初期たわみ、初期ねじれ、及び面内初期たわみを式（5）の3つの無次元数 k_1 、 k_2 、 k_3 を用いた。

$$v_i = k_1 \sin \frac{\pi}{l} x, \quad \phi_i = k_2 \sin \frac{\pi}{l} x, \quad w_i = k_3 \sin \frac{\pi}{l} x \quad (5)$$

式（4）の3次方程式の解を用いて、図4に示す桁高の低い部材と高い部材について、面外の曲げを加え、かつ初期不整を3/1000に固定し軸力を変えて面外設計式を検討した結果が図4である。図中には現実の場合によく用いられる実用領域が示してある。この結果より、面外設計式は面内設計式に比較して精度がかなり劣ることがわかる。

5. 結論： 現行の梁-柱の面外設計式は、断面形や軸力その他の多くのパラメータの影響を複雑に受けその精度が大きく左右されるため、簡易な表現の設計式にはおのずと限界がある。将来の方向としては、現行の設計方法を根本から見直すということが考えられるが、その際、線形化有限変位理論と適切な初期不整、初期降伏条件を組み合わせた構造物の設計方法は、将来の新しい設計方法として検討の価値が高い。³⁾

参考文献： 1) 土木学会，鋼構造物設計指針PartA 一般構造物，昭和62年11月。 2) Hasegawa, A, et. al., An Analytical Evaluation of Ultimate Strength of Beams Based on Linearized Finite Displacement Theory, Jour. Constructional Steel Research, Elsevier, U.K. (to appear) 3) 長谷川，西野，線形化有限変位理論による構造物の設計法の提案，第44回土木学会年講，平成元年10月。

