

I-28

線形化有限変位理論による構造物の設計法の提案

東京大学 正員 長谷川彰夫
 東京大学 正員 西野 文雄

1. まえがき 鋼構造物の設計基準において安全性照査式は、その中心的役割を果たすが、なかでも、座屈不安定によって支配される部材の照査式は重要であり、古くから多くの研究者の関心を集めるとともに、改善へ不断の努力が続けられている。その意味で、柱、梁、梁-柱など骨組を構成する部材やラーメン、アーチなどの耐荷力公式の改善は一つの飽和点に達していると見る一方、多様化する構造幾何、荷重、境界条件に正確に対応してゆくために、今後検討すべき課題が累積しており、そのための精度の高い耐荷力方式の開発の必要性が急務であるという見方もある。しかし、多様な条件を適確に反映し得る平易な耐荷力公式というものは基本的に矛盾した概念であり、幅広く精度を高めようとすればするだけ、照査式は複雑化し、逆に簡易な照査式は、その精度、適用範囲に自ら、限界があると考えるのが自然であろう。そのような観点から、ここでは従来の設計方法の枠組から離れ、将来の構造設計法への一つの提案として、線形化有限変位理論による構造物の設計法について検討する。

2. 現行設計法の限界 材料非線形、幾何非線形性を有する構造物に対し、十分な安全性を有するように構造物の幾何形状を合理的に決定するのが構造設計の基本である。現行の設計法では、個々の設計者に弾性微小変位解析（SD）を委ね、得られた応答値（応力など）を材料非線形、幾何非線形性を配慮した限界強度（許容応力）以内にすることにより、安全性を確保している。現行設計の手続をまとめると

①微小変位解析 $F = K \delta$ により $\sigma^{SD}(P)$ 算出 → ②有効細長化 δ_e/r の評価 → ③安全性照査式 $\sigma^{SD}(P) \leq \sigma_u(\delta_e/r, \sigma_y) / \nu$ で構造設計。

ここに、 P は設計荷重、 σ_y は降伏応力、 ν は安全率である。限界強度 σ_u は有限効細長比 δ_e/r 、降伏応力 σ_y の関数となり、柱、梁、梁-柱などを対象に、設計基準でその具体的な式が与えられる。

しかし、その設計式は、単純支持、等断面、一様荷重など、一般には最も簡単な条件設定に対して得られたものであり、条件が異なる場合には、有効座屈長や修正係数などで便宜的に対応しているのが普通である。パラメータを多く導入して式を複雑化させたり、場合分けをすることで精度を高めることは可能であるが、その場合でも、一定の限界があると考えるのが自然であろう。安全性照査に特に大きな影響を与えるのが有効座屈長 δ_e の評価と言えるが、現行では、簡便な評価式や図表などを用いて対応している。最近、固有値解析にもとづく決定法もいくつか提案され¹⁾、本四塔柱設計要領で部分的に採用されている。しかし、この方法でも、軸力が小さい部材の扱いなど問題点を抱えている他、基本的には用いる設計式の精度を克服できるものではない²⁾。

3. 線形化有限変位理論による設計 偏心や初期たわみを与えた柱の問題を線形化有限変位理論（この場合、梁-柱理論）で解いて最大応力を求め、その値を降伏応力と等しくすることにより、Perry-Robertson 公式と呼ばれる柱の耐荷力公式が得られるのは、よく知られた事実である（図-1）。この例から、残留応力の影響なども等価初期たわみの概念

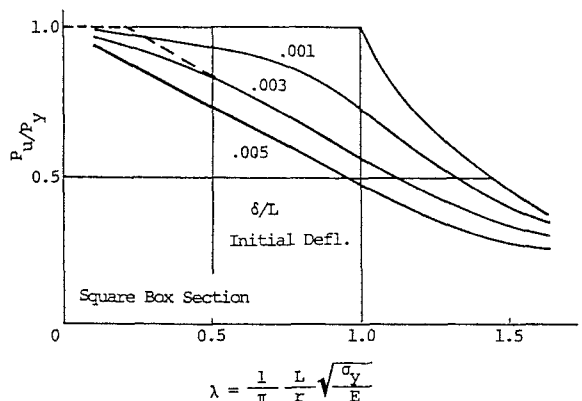


図-1 Perry-Robertson 公式

で配慮すれば、その値を適切に定めることにより、線形化有限変位理論で耐力力を的確に評価し得ると考えてよいであろう。

Perry-Robertson 公式では、単純な条件のもとでの解析解をもちいているが、電算機による設計が日常化している現在、線形化有限変位理論（LFDA）そのものを設計者に委ねることは難しいことではない。現行設計法に代わる新しい設計法を次のように定義する。

「適切な初期不整を与えた構造系を線形化有限変位理論で解き、求めた最大応力 σ^{LF} が初期降伏する条件を設計照査式とする。」初期不整の与え方により、実質的照査内容が大きく変わるので、その扱いには注意を要する。試行錯誤を含む経験や簡単な場合における現行設計とのキャリブレーションも一つの方法と言えるが固有値解析により対応することも可能である。固有値解析を実施することで、最も危険な座屈モードを求め、座屈変位の相対的最大値に規定等価初期たわみ（または対応荷重）を与えることで構造物全体の初期たわみ形状を決め、この方法により全ての初期不整の影響を配慮する。非線形解析を用いず、線形化有限変位理論によって求まる最大応力が初期降伏することをもって設計照査することは、耐力力の対する一種の近似であるが、現実には過大な変形を生ずる前に降伏現象を示す薄肉集成断面の多い鋼構造物では、設計上、安全側の許容し得る近似と考えてよい（図-2）。線形化有限変位理論による設計の手続をまとめると、

- ①微小変位解析 $F = K_E d$ により断面力 N^0, M_y^0, M_z^0 、 M_x^0 算出→②構造物初期形状に対し固有値解析
 $\det [K_E + \lambda K_G(N^0, M_y^0, M_z^0, M_x^0)] = 0$ を実施して、初期たわみ形状決定→③線形化有限変位解析
 $F = [K_E + K_G(N^0, M_y^0, M_z^0, M_x^0)] d$ を実施して、応力 σ^{LF} 算出→④安全性照査式 $\sigma^{LF} (\nu P) \leq \sigma_Y$ で構造設計。
- ④で、安全率倍した設計荷重に対し、構造解析を行なうのは、線形化有限変位応力 σ^{LF} と設計荷重 P の間の非線形性を配慮し、設計荷重に対し、構造物の剛性とは無関係に一樣な安全性 $P \leq P_u/\nu$ を満足させるためである（図-3）。

4. まとめ 線形化有限変位理論のよる設計を導入すること

により、耐力力照査を降伏応力照査に変換でき、本論で述べた耐力力照査の問題点を克服することができる。線形化有限変位理論の計算は、微小変位理論と同レベルの計算量で済み、非線形解析と異なり、実務上、容易に対応が可能である。さらに、面外不安定、立体不安定に対する設計やラーメン、アーチの設計にも特定の設計公式などを導入することなしに、一般の設計手順で対応することができる。しかし、実用化をはかるには、等価初期不整の設定、影響線の組み込み、実務的設計手続の試行など時間をかけた検討が必要となる。

参考文献 1) 長谷川、堀井：固有値解析に基づく有効座屈長を用いた骨組構造物の設計の精度と実務に対する応用、科研費報告書（試験研究）、昭和63.3、2) 井上、竹中、長谷川、西野：有効座屈長を用いた部材設計の全体骨組耐力力に関する精度、構造工学論文集、土木学会、Vol. 31A、1985年3月、pp. 123-132。

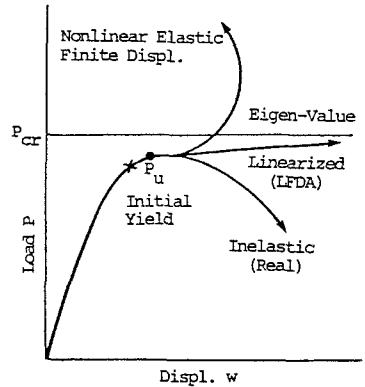


図-2 解析法と荷重・変位曲線

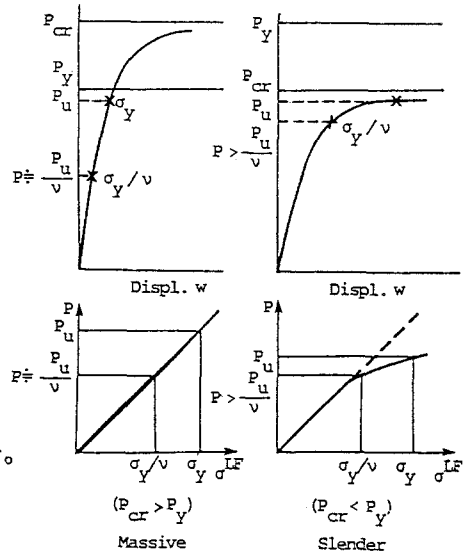


図-3 初期降伏条件と剛性