I-21　構造系の耐荷力を最も低下させる初期不整決定法

長岡技術科学大学　学生員○樋口敬一
長岡技術科学大学　正会員　池田清宏
東京大学　室田一雄
旭化成工業(株)　小林 学
長岡技術科学大学　正会員　鳥居邦夫

1. はじめに

ドームやシェルのように分岐座屈を起こす構造物の耐荷力は、初期不整に対し非常に敏感である。この種の構造物の設計に際しては最も急激に耐荷力を低下させる初期不整を考慮することが望ましい。しかしこのような初期不整を決定する手法は未だ確立されていないのが現状である。本研究は、単純特異点の近傍で構造系の耐荷力を最も低下させる初期不整の決定法[1)]を提案するものである。

2. 理論

比例載荷を受ける構造物のつり合い方程式は

$$f\cdot\vec{f}_0=\vec{F}(\vec{u},\vec{v}) \quad \cdots(1)$$

となる。ここで f は荷重パラメーター、$\vec{f}_0$は荷重パターンベクトル、$\vec{u}$は節点変位ベクトル、$\vec{v}$は初期不整ベクトル、$\vec{F}$は十分滑らかな$\vec{u}$と$\vec{v}$の非線形関数をそれぞれ表わす。初期不整変数を独立変数としていることが、本手法の特色である。

$(f,\vec{u})$を完全系の単純特異点$(f_c^0,\vec{u}_c^0)$の近傍で展開すると以下のようになる。

$$f=f_c^0+df, \qquad \vec{u}=\vec{u}_c^0+w\vec{\eta}+\sum_{j=2}^{n}w_j\vec{\eta}_j \quad \cdots(2)$$

ここで df は初期不整を持たない完全系の耐荷力 f_c^0からの増分を表わし、wは節点変位、$\vec{\eta}\cdots\vec{\eta}_n$は特異点における接線剛性行列の固有ベクトルである。また、初期不整変数$\vec{v}$も完全系における変数の値$\vec{v}^0$から$\vec{v}$への増分の形で表わし、

$$\vec{v}=\vec{v}^0+\varepsilon\vec{d}$$

とする。ここで、εは初期不整の大きさ、$\vec{d}$は初期不整パターンベクトルである。

つり合い方程式(1)に(2)を代入し、写影行列$\vec{\eta}\vec{\eta}^T$を左から掛け、$\vec{\eta}\neq 0$を用いると、分岐方程式

$$G(f,w,\vec{v})=(\vec{\eta}^T\vec{f}_0)(f_c^0+df)-\vec{\eta}^T\vec{F}(\vec{u}_c^0+w\vec{\eta}+\sum_{j=2}^{n}w_j(df,w,\vec{v})\vec{\eta}_j,\vec{v})=0 \quad \cdots(3)$$

を得る。この分岐方程式を変数df, w, εで級数展開し、特異点の条件式$G=0$, $\partial G/\partial w=0$を用いると耐荷力の増分は

$$df_c\approx CQ(\vec{d})\varepsilon \qquad \text{(極大点)}$$
$$\approx\pm CQ(\vec{d})^{1/2}|\varepsilon|^{1/2} \qquad \text{(非対称分岐点)}$$
$$\approx CQ(\vec{d})^{2/3}|\varepsilon|^{2/3} \qquad \text{(対称分岐点)}$$

と求まる。ここで、Cはある定数、$Q(\vec{d})$は初期不整パターン$\vec{d}$の関数である。最も急激に耐荷力を変化させる初期不整は$Q(\vec{d})$の絶対値を最大にするものとして、特異点の種類を問わず

$$\vec{d}=-B\vec{\eta}/\{\vec{\eta}^TBB^T\vec{\eta}\}^{1/2} \qquad \text{ここで、} B=\partial\vec{F}/\partial\vec{v}$$

と求まる。ここでBは初期不整感度行列を表わす。

3. 適用例

図-1(a)に示すVon Misesトラスが垂直荷重を受けたときの荷重－水平変位曲線を図-2の実線で示す。このトラスの耐荷力は不安定対称分岐点Bで決定される。この分岐点において本手法を用いて計算した最も耐荷力を変化させる初期不整を図-1(b) に示す。分岐点の対称性により、εの正負に対してこの初期不整パターンは幾何学的に対称なものとなっている。この初期不整を$\varepsilon=\pm0.01,\pm0.05,\pm0.1$で与えたときのつり合

い径路を図-2に破線で示す。図-3は白色雑音を用いて求めた初期不整に対するこのトラスの耐荷力と、本手法によるものとを比較したものである。この図から同じεに対して比較すると、本手法による初期不整が最も低い耐荷力となっており、本手法の妥当性を示している。

図-4の正６角形トラスドームに軸対称鉛直荷重を比例載荷するときの荷重－垂直変位曲線を図-5に実線で示す。このドームの耐荷力を支配する分岐点Ａにおいて最も耐荷力を低下させる初期不整パターンを計算し、その各節点の水平方向成分を図-6に矢印でしめした。

参考文献

1) Kiyohiro Ikeda and Kazuo Murota: Critical Initial Imperfection of Structures, METR 88-12, Department of Mathematical Engineering and Information Physics, University of Tokyo, 1988

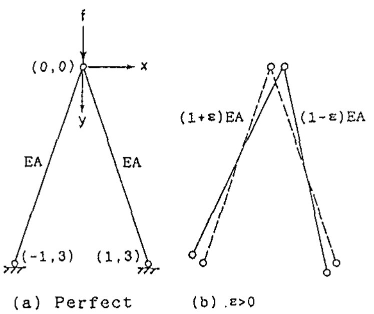

図１　Von Misesトラス

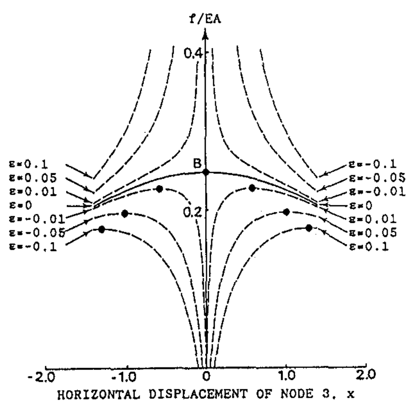

図２　Von Misesトラスの釣合径路

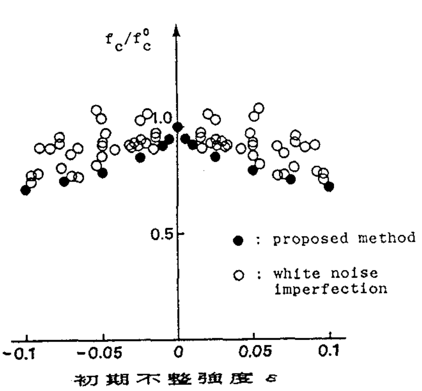

図３　耐荷力－初期不整強度相関図

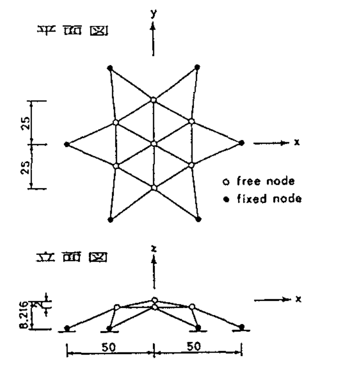

図４　正６角形トラスドーム

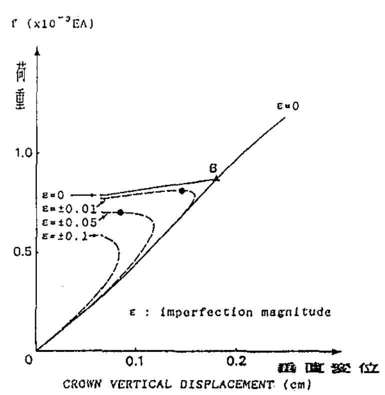

図５　正６角形トラスドームの釣合径路

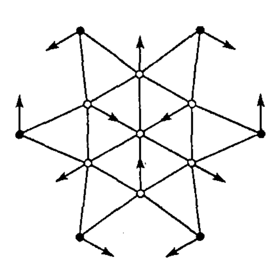

図６　最も耐荷力を低下させる
初期不整パターン