

I-16 周期力を受ける矩形板の動的安定解析

豊橋技術科学大学 正員 原 隆
 徳山高専 正員 重松 恒美
 愛媛大学工学部 正員 大賀水田生

1. まえがき

周期軸力を受ける矩形板の動的安定問題に関する研究は、係数励振問題として、また動的応答問題として行われている。著者らは前報[2]において、等分布周期軸圧縮荷重を受ける矩形板の動的安定問題を動的応答問題として取り扱い、非弾性域での動的安定解析を行った。

本研究では、前報にひきつづき、マトリックス関数を適用し、周期力を受ける矩形板の動的応答を数値解析により求めた。解析にあたっては、板を剛体ばね要素(RBSM)[1]で離散化し、剛体ばね要素の剛体変位をもとに、幾何学的非線形性に関する面内力を算定した。そして、周期力を受ける矩形板の幾何学的非線形性および材料非線形性を考慮した動的挙動を検討した。

2. 理論解析

本研究の数値解析において、板要素は川井により提案された剛体ばね要素(RBSM)を用いた[1]。また直接数値積分法としてマトリックス関数法を適用した[2,3]。ここで、材料非線形性については、要素をつなぐばねのモーメント-回転関係をバイリニア型に仮定することにより考慮した。また、幾何学的非線形性については剛体要素内の歪が一定であることを仮定することにより解析に導入した[5]。

RBSMで離散化された初期たわみ w_0 （変位ベクトル $\mathbf{x}_0$ ）を有する板構造の運動方程式は次式となる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}_R = \mathbf{P}(t) \mathbf{G}\mathbf{x} - (\mathbf{K} - \mathbf{P}(0) \mathbf{G}) \mathbf{x}_0 \quad (1)$$

または、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}_0 + \Delta \mathbf{f} \quad \dots (2)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{G}$ は質量、減衰、剛性、幾何マトリックスであり、 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{F}_R$ はそれぞれ変位ベクトル、復元力を示す。また $\mathbf{f}_0$ および $\Delta \mathbf{f}$ は、それぞれ初期荷重ベクトル、付加外力ベクトルである。マトリックス関数は式(2)をもとに級数展開を用いて誘導され、幾何学的非線形性と材料非線形性により生じた付加外力を逐次算定することにより、系の動的応答を評価した。

3. 数値計算結果

図-1に解析モデルを示す。モデルは $a=b=100\text{cm}$ 、 $t=1\text{cm}$ の正方形板である。また、モデルは双方向に一半波の初期たわみを有し、一方向に $\mathbf{P}(t)=\mathbf{P}_1+\mathbf{P}_2\sin\theta t$ の等分布周期外力を受けている。モデルの固有振

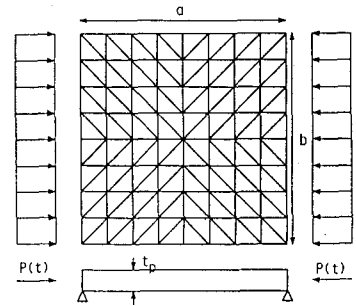


図-1 解析モデル

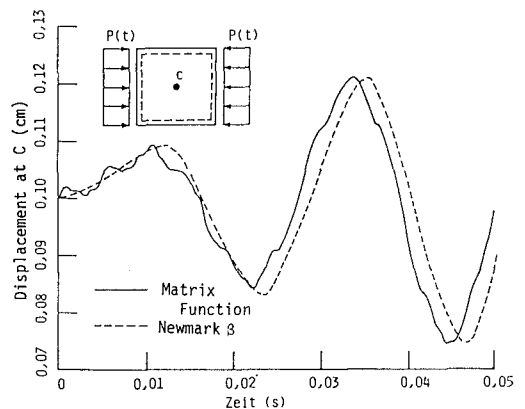


図-2 応答解析の比較

動数は四辺単純支持で47Hz、三辺単純支持で29Hzである。また、座屈荷重は四辺単純支持で71890kgf、三辺単純支持で25880kgfである。

図-2に、本解析法と通常の増分法を用いたNewmark β 法[4]との数値計算の比較を示す。ここで、軸力は $P_1=0, P_2=600\text{kgf}, \theta=40\text{Hz}$ である。板はマトリックス関数法では128(=8x8x2)の三角形要素に、Newmark β 法では72(=6x6x2)の三角形要素に分割されている。図より、両者の解はほぼ一致している。

図-3に一次および二次のパラメトリック不安定領域を示す。縦軸は振動数パラメータ $\mu=P_2/(2(P_{cr}-P_1))$ (P_{cr} は静的座屈荷重)を示す。横軸は荷重パラメータ $\theta/2\Omega$ (Ω は軸力を受ける板の固有振動数)を示す。

図-4、図-5に周期軸圧縮を受ける板の最大応答変位を示す。縦軸は初期変形 $w_0=10/t_p$ の場合の最大変位倍率 w_{max}/w_0 を示す。

図-4は継続時間0.20sec内での四辺単純支持矩形板の応答倍率を示す。幾何学的および材料線形計算の応答は $\theta/2\Omega=0.5$ と0.95から1.1で不安定である。しかし、他の振動数パラメータでは定常である。応答倍率のピークは幾何学的線形計算では、図-3に示された領域と一致している。しかし、幾何学的非線形計算ではピークは一致せず、高い振動数パラメータ側へ移動している。

図-5に三辺単純支持一辺自由の板の0.40secの継続時間内での応答倍率が示される。幾何学的および、材料線形の応答は $\theta/2\Omega=0.4$ から0.45, 0.55から0.85, 1.15から1.3で安定である。しかし他の振動数パラメータでの応答は不安定である。材料非線形計算の応答倍率はいずれの振動数パラメータに対しても安定でない。幾何学的非線形計算の応答倍率は小さく示されているが変位は0.40sec以上の継続時間で不安定となる。

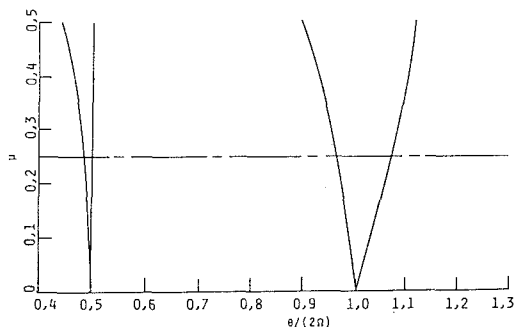


図-3 動的不安定領域

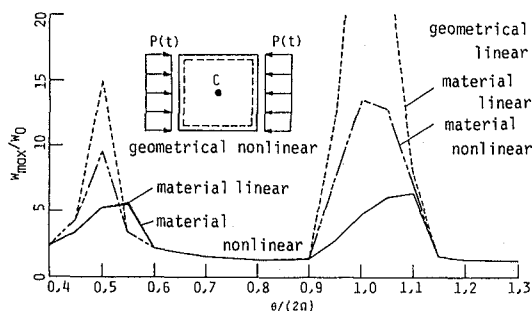


図-4 応答倍率（四辺単純支持正方形板）

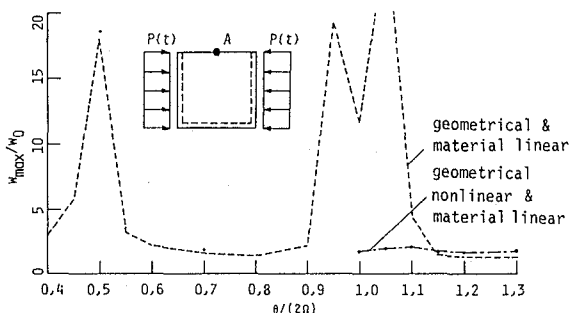


図-5 応答倍率（三辺単純支持正方形板）

- 【参考文献】[1]川井：はりおよび平板の横衝撃応答に対する新しい離散化解析法。JSME 昭和54
 [2]原ほか：軸力を受ける矩形板の動的安定解析 土木学会年次講演会 昭63
 [3]T.Shigematu, T.Hara, M.Ohga: Dynamic Stability Analysis by Matrix Function. ASCE EM7 1987
 [4]M.Ohga, T.Shigematsu: Large deformation dynamic analysis of plates. ASCE EM4 1988.
 [5]T.Hara, T.Shigematsu: Ein Matrizenfunktionsverfahren zur nichtlinearen Berechnung vorverformter axialbelasteter Rechteckplatten. Bautechnik 1989.