

I-14

離散キルヒホッフ要素による板・殻構造物の弾塑性有限変位解析

○愛知県 正員 加藤正宏
名古屋大学 正員 宇佐美勉

1. 緒言 板・殻構造物を解析する場合、そのシンプルさから三角形平板要素がしばしば用いられる。平板要素は面内変形に関する膜要素と面外変形に関する曲げ要素を重ね合わせることによって得られる。一般的な薄板の曲げ理論ではたわみが C^1 級連続であることが要求されるが、これを満たす有効な要素を得ることは難しい。そこで本研究では、離散キルヒホッフ理論に基づくことにより C^0 級連続で薄板の解を得ることができる離散キルヒホッフ要素を曲げ要素として用いて解析を行い、この要素の有効性について検証した。

2. 離散キルヒホッフ理論の概要 離散キルヒホッフ理論では曲げに伴うせん断変形を考慮して定式化を行う。せん断変形を考慮した場合、平面保持、直角保持のキルヒホッフの仮定は成立せず、たわみ角はたわみの1階微分とは等しくならない。そこで、たわみとたわみ角を独立な変位場で仮定する。そして、薄板についての解を得るため、ポテンシャルエネルギー式中のせん断ひずみに関する項を無視してしまう。ところがこの時、エネルギー式中からたわみの項が消えてしまい、たわみ角の項のみが残る。そのため、離散点でキルヒホッフの仮定を課すことにより、たわみとたわみ角を関係づけて解を得ようとするのが離散キルヒホッフ理論の基本概念である。本研究で用いた要素ではたわみ角を2次式で、たわみを要素辺上で3次式でそれぞれ仮定し、三角形の各頂点、及び各辺の midpoint でキルヒホッフの仮定を課した。これより、要素辺上ではすべてキルヒホッフの仮定が満足され、解は古典的な薄板解へと収束する。本要素の詳細な定式化については文献1)で述べられている。

3. 解析方法 構造物の釣合経路において Ω_n 、 Ω_{n+1} を隣接する2つの釣合状態とすると、定式化は Ω_n 状態を参考形状とし Ω_n 状態からの増分量で Ω_{n+1} 状態を表す更新ラグランジェ手法に従った。解析には変位増分法を用い、Newton-Raphson法に基づく繰り返し計算を行った。繰り返し計算の際求める不平衡力の算定に当たっては、剛体変形を除去する方法によらず、グリーンひずみを正確に評価する方法を用いた。また、材料は等方性で完全弾塑性体とし、von Misesの降伏条件、Prandtl-Reussの塑性流れ理論に従うものとした。

4. 数値解析例 はじめに、初期たわみを有する正方形板が一樣圧縮を受ける場合の解析例を示す。板の幅厚比は48であり、初期たわみは板の縦、横方向ともSINの半波で与え、最大値は板厚の1/10とした。降伏

応力は 6000 kgf/cm^2 であり、境界条件は全辺単純支持である。解析は板の1/4で行い、縦×横を 2×2 、 4×4 、 6×6 に要素分割した。図-1に平均応力と板中央におけるたわみとの関係を示す。図中、点線はCoanの弾性有限変位解析結果²⁾、実線は小松・北田らによる弾塑性有限変位解析結果³⁾である。本解析結果はこれらの解析結果とよく一致していることがわかる。

次に、多角形断面を有する短柱が一樣圧縮を受ける場合の解析例を示す。断面は箱形、六角形、八角形の3種類で行った。柱を構成する板の

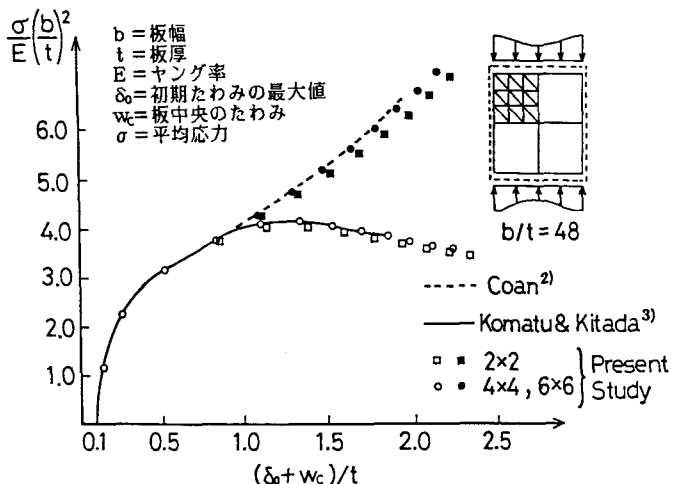


図-1 単純支持板の平均応力-たわみ曲線

幅厚比はすべて50とし、柱の長さは板幅と同じとした。初期たわみは柱を構成する板の断面方向、長さ方向ともSINの半波で与え、最大値は板幅の1/250とし、凸面と凹面が隣合う板面で交互になるようにした。降伏応力は2400 kgf/cm²であり、境界条件は両端単純支持である。解析は全ての柱について長さ方向は1/2、断面は箱形については1/4、その他は1/2で行った。そして各柱を構成する板の1/4が3×3になるように要素分割した。また、多角柱の解析と共に柱の構成板と同じ幅厚比をもつ単純支持圧縮板についても解析を行い、多角柱の解析結果と比較した。図-2に平均応力と平均ひずみとの関係を示す。また、図-3には座屈モードを柱の端部、長さの1/6, 1/3, 1/2における断面について重ねて描いたものを示す。解析結果は各断面柱とも一致し、単純支持圧縮板ともほぼ一致した。これより幅厚比が同一であれば、各多角柱と単純支持圧縮板の解析結果は一致する可能性があることが分かる。

最後に、円筒シェルが一樣圧縮を受ける場合の解析例を示す。シェルの径厚比は200であり、長さは半径の1/4である。初期たわみは円周方向にSINの4波、長さ方向にSINの半波で与え、最大値は半径の1/1000である。境界条件は両端単純支持であり、降伏応力は2400kgf/cm²である。図-4に平均応力と平均ひずみの関係を示す。図中、実線は過去に名古屋大学で行われた動的緩和法による解析結果⁴⁾である。解析は円周方向の2分の1、長さ方向は全長を用いて行い、円周方向×長さ方向を8×4, 16×8, 24×12に要素分割した。本解析結果は、動的緩和法による解析結果と比較して非常に大きな応力を示した。これは、円筒シェルの局部座屈が局所的に非常に大きな変形を伴う⁵⁾ので、三角形要素ではこれを追従することができないためであると考えられる。本要素は軸方向圧縮を受ける円筒シェルの解析に対しては有効ではないと思われる。

参考文献

- 1) Batoz, J.L., Bathe, K.J. and Ho, L.W.: Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol.15(1980), pp.1771-1812.
- 2) Coan, J.M.: J. Applied Mech., Vol.18(1951)
- 3) 小松定夫, 北田俊行, 宮崎清司: 土木学会論文報告集, 第244号(1975), pp.1-14.
- 4) 溝口博孝: 名古屋大学修士論文, 1983.
- 5) Gunawardena, S.R., Usami, T.: 第44回年次学術講演会講演概要集, 1989.

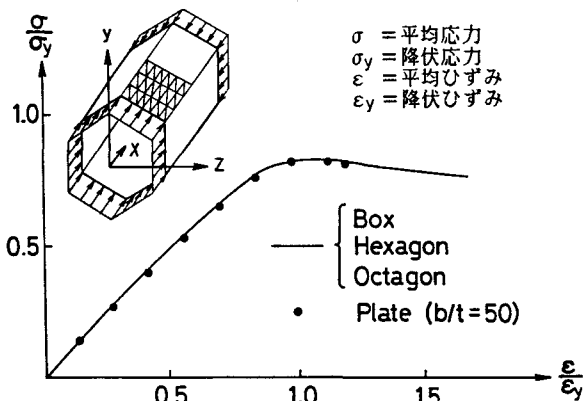


図-2 多角短柱の平均応力-平均ひずみ曲線

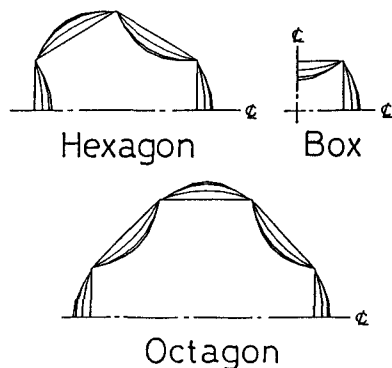


図-3 多角短柱の座屈モード

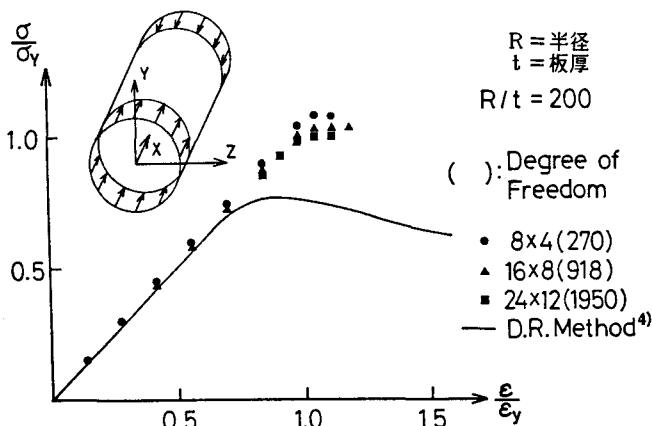


図-4 円筒シェルの平均応力-平均ひずみ曲線