

I-11 面内曲げを受ける鋼桁腹板の後座屈強度

岐阜大学工学部 正会員 森脇 良一
 岐阜大学工学部 正会員 奈良 敬
 大日コンクリート(株) 正会員 ○森 浩雅

1. まえがき

プレートガーダーの腹板の境界条件は、通常のフランジ剛性、補剛材剛性および面内曲げやせん断などの荷重状態によって、単純支持に近いものから固定に近いものまで種々変化するが、非載荷辺である上下辺固定、載荷辺である左右辺単純支持に近いものが一般的であるとされている¹⁾。ところで、後座屈強度の解析は有限要素法による解析が主流となっているが、上記平板のような単純な構造を対象にした幾何学的非線形の問題に対しては、エネルギー法を用いるのが有効な場合がある。この種の解析方法は、1942年Levy²⁾によって単純圧縮を受ける板の後座屈解析に適用されて以来拡張されてきた。ところが載荷辺単純支持、非載荷辺固定といった支持条件の下での平板が単純圧縮、面内曲げおよびせん断などの外力を受ける場合の後座屈の解析は、ほとんど行われていない。この原因として固定支持の場合のたわみ関数が複雑であるために、実際の計算可能な解析式の導出が極めて困難となることに起因しているのではないと思われる。そこで本研究では固定支持の境界条件に適合し、かつ新しい簡単なたわみ関数を用いて、ガラーキン法により載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の平板が、面内曲げを受ける場合について有限変位解析を行い、平板の後座屈性状を明らかにすることを目的としている。

2. 解析法

解析対象とする正方形板のモデルと荷重状態を図-1に示す。
 本解析で用いた付加たわみの近似関数を式(1)に示す。

$$w = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi x}{a} - \cos \frac{(m+1)\pi x}{a} \right\} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad \dots (1)$$

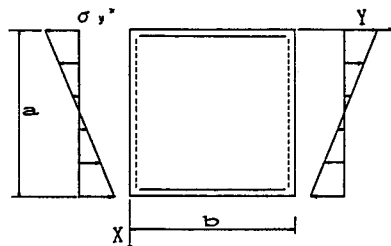


図-1 正方形板のモデルと荷重

応力関数Fによって表した基礎方程式を式(2)に示す。但し、 $J_x = 1/E_y t$, $J_y = 1/E_x t$, $2J_z = 1/G t - \nu_x J_y - \nu_y J_x$, C_{KL} は付加たわみのたわみ関数の係数で B_{mn} の2次多項式である。式(2)のFは付加たわみに

$$J_x \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2J_z \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + J_y \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \frac{\pi^4 t^2}{4 a^2 b^2} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} C_{KL} \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} \quad \dots (2)$$

よる応力関数 F_1 と外力条件から定まる応力関数F。との和である。 F_1 とF。を式(3), (4)に示す。

$$F_1 = t^2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \Phi_{KL} \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{b} \quad \dots (3)$$

面内曲げを受ける場合

$$F_0 = -N_y \left(\frac{x^3}{3} - \psi a \frac{x^2}{2} \right) / a \quad \dots (4)$$

ここに、 Φ_{KL} は以下のように表せる。

$$\Phi_{KL} = \frac{\alpha^2 C_{KL}}{4 (J_x \alpha^4 p^4 + 2J_z \alpha^2 p^2 q^2 + J_y q^4)} \quad \text{なお } \alpha = b/a \text{ (縦横比) である。}$$

また Φ_{KL} , C_{KL} のK, Lは、それぞれ $K = p + 1$, $L = q + 1$ の関係があり、 ψ は縁応力比、 N_y は単位幅あたりの軸方向圧縮力を示す。未定係数 B_{mn} は、 w およびFを板の面外方向のつりあい式(5)に代入して得られる m, n 元連立3次方程式を解くことによって決定される。

$$\int \int_A \left\{ D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_z \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - q \right. \\ \left. - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\} \pi_{ij} dx dy = 0 \quad \dots (5)$$

$\int \int_A dx dy$ は板の中立面における面積分を表し、 π_{ij} は幾何学的境界条件を満足する基底関数であり、式（6）のようになる。

$$\pi_{ij} = \left\{ \cos \frac{(i-1)\pi x}{a} - \cos \frac{(i+1)\pi x}{a} \right\} \sin \frac{j\pi y}{b} \quad \dots (6)$$

3. 結果および考察

（1）作用応力と板面内に生じる膜応力との関係を図-2に示す。縦軸は作用応力 σ_y^* を曲げ座屈応力度 σ_{bor} で無次元化したものであり、横軸は膜応力をオイラーの座屈応力度で無次元化したものである。膜応力である圧縮側軸方向応力 $-\sigma_y$ は、座屈応力度に達するまでは弾性理論で説明される直線を示し座屈後に引張側へ移行するのが明かとなる。これは、曲げ座屈により断面欠損現象を生じて

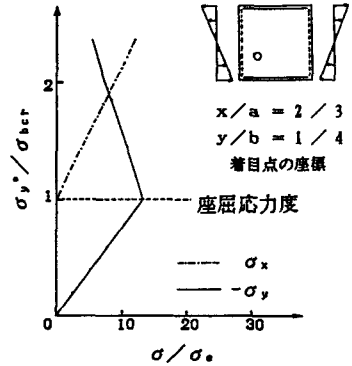


図-2 作用応力-膜応力曲線

いるものと考えられる。またこのような圧縮側軸方向応力が引張側へ移行し始めると、これにともない非載荷方向に軸方向応力 σ_x が発生し、除々に増加する傾向がみられる。

（2）図-3は、板の面外たわみ状態を3次元的に表現したものであり、載荷方向に2半波モードが卓越し、非載荷方向には圧縮側に偏った1半波モードが生じている。また載荷辺は、単純支持されているために載荷辺近傍でたわみ角が生じているが固定支持されている非載荷辺については、たわみ角が零となる。

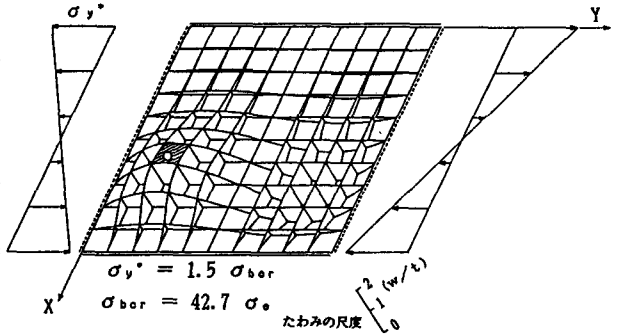


図-3 面外たわみ状態

図中の○印は座屈後、最大たわみを与える点である。

（3）図-4は軸方向応力と座屈後の軸方向応力増分の分布を示したもので曲げ座屈による断面欠損現象が、圧縮縁からの距離で表すと、載荷辺の長さ a のほぼ $1/3 \sim 1/2$ の範囲で生じていることがわかる。以上より面内曲げを受ける鋼桁腹板の後座屈性状を明かにすることができた。なお、周辺単純支持板についても同様の解析を行っており、当日報告することとする。

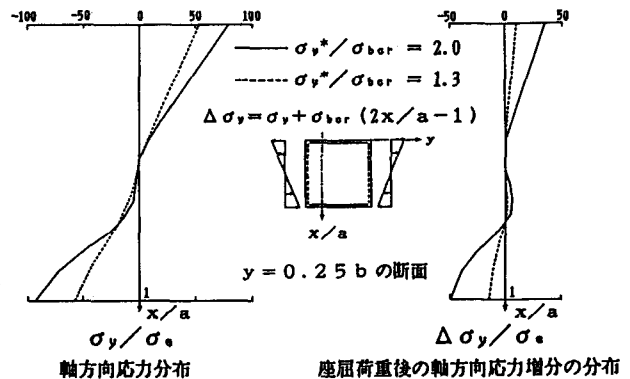


図-4 板面内の軸方向応力分布

参考文献 1) 森脇良一、藤野眞之：“初期不整を有するプレートガーダーの純曲げ強度に関する実験的研究”，土木学会論文報告集，第294号，

pp. 1-15, 1977年8月。 2) S. Levy: "Bending of Rectangular Plates with Large Deflections", National Advisory Committee for Aeronautics Report, No. 737, pp. 139-157, 1942.