

I-10

圧縮を受ける平板の後座屈強度解析

岐阜大学大学院 学生員○長縄卓夫

岐阜大学工学部 正 員 森脇良一

岐阜大学工学部 正 員 奈良 敬

1. 研究目的

プレートガーダーなどの薄板構造を主体とする構造物の耐荷力を論じる場合、後座屈強度を明らかにすることは重要な解析の一つと言える。

ところで、通常のプレートガーダーなどを考える場合鋼桁腹板の境界条件は、非載荷辺である上下辺固定、載荷辺である左右辺単純支持が一般的とされている¹⁾。

しかし、従来の研究例において、非載荷辺を固定支持として解析したものはほとんど見られない。この理由としては、固定支持の場合のたわみ関数が複雑なため、実際に計算可能な解析式の誘導が困難となること挙げられる。本研究では、従来型の双曲線関数と三角関数を組み合わせたたわみ関数に比べて、非常に簡単な新しいたわみ関数を用い、載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の平板が、単純圧縮を受ける場合の後座屈領域における各種の性状について解析し、それらの挙動を明らかにすることを目的としている。

2. 研究方法

応力とひずみの関係を考えるに当たって、次に示す平板の幾何学的非線形性、すなわち弾性有限変位挙動を考慮したvon Kármánの基礎方程式を適用する。

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = tE \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} + \frac{1}{D} + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (2)$$

この種の解析には、近年の大型電算機の発達に支えられて確立されてきた有限要素法による解析が主流である。しかし、この数値解析による解法は、複雑な構造物には効果を発揮すると考えられるが、一方では誤差集積及び演算時間が膨大にかかるなどの点に問題があるため、本解析のような単純な構造の解析には問題が多いと考えられる。そこで本研究では、幾何学的ならびに力学的境界条件を満たすことによって数値計算が簡単になるGalerkin法を用いて解析を行うことにし、載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の場合について解析を行った。

載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持におけるたわみ関数を、

$$w = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi}{a} x - \cos \frac{(m+1)\pi}{a} x \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \dots (3)$$

と仮定して、(1)式の右辺を計算し、それを、

$$\frac{1}{Et} \left(\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \right) = \frac{t^2 \pi^4}{4a^2 b^2} \sum_p \sum_q C_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{p\pi}{b} y \quad \dots (4)$$

と置くことにより、 C_{pq} を計算する。

応力関数 F_1 を、

$$F_1 = t^2 \sum_p \sum_q \phi_{pq} \cos \frac{p\pi}{a} x \cos \frac{q\pi}{b} y \quad \dots (5)$$

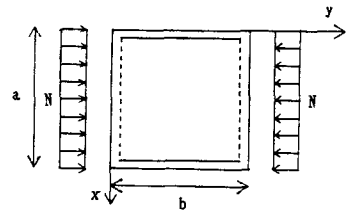


図1 載荷辺単純支持のモデル

外力条件から定まる応力関数 F_0 で単純圧縮を受ける場合のものを

$$F_0 = - \frac{N x^2}{2} \quad \dots\dots (6)$$

とすると、 ϕpq は次のようになる。

$$\phi pq = \frac{Et \alpha^2 Cpq}{4(\alpha^4 p^4 + 2\alpha^2 p^2 q^2 + q^4)} \quad \dots\dots (7)$$

ここで、 $\alpha = b/a$ であり、 ϕpq 、 Cpq の p 、 q は Cpq の表を作成する場合に見やすくするために三角関数内の p 、 q にそれぞれ1加えたものである。

以上を用いて、たわみを x 方向 y 方向それぞれ3半波ずつ仮定して式(2)をGalerkin法によって計算することにより後座屈領域における応力とたわみの関係などをあきらかにする。

3. 結果及び考察

1) 載荷辺単純支持、非載荷辺固定支持の場合で $a=100\text{cm}$ 、 $b=50\text{cm}$ 、 $\nu=0.3$ 、 $E=2.1 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ 、 $t=1\text{cm}$ での板中央でのたわみと作用応力の関係をグラフにしたものが、図2である。縦軸は、作用応力 σ_y^* を σ_{cr} で無次元化したものであり、横軸は、板中央のたわみ w_c を板厚 t で無次元化したものであり、座屈係数は7.86とした。

N. Yamakiの解析²⁾と、本解析を比較したものであるが、グラフは放物線を描くことがわかる。しかし、 w_c/t が、1.2以上になると、両者の差が大きくなる傾向が認められる。

2) 膜応力と作用応力の関係を図3に示す。縦軸は作用応力 σ_y^* を座屈応力 σ_{cr} で無次元化したもの、横軸は膜応力 σ_x 、 σ_y を、Eulerの座屈応力 σ_e で無次元化したものである。

座屈する前は、載荷方向の膜応力 $-\sigma_y$ が作用応力の増加に対して弾性的に増加していき、座屈後たわみが大きく増加することにより、引張側に移行している。

これにともない非載荷方向の膜応力 σ_x が発生し漸次増加する。

3) たわみ状態を3次元的に表したものを図4に示す。載荷方向、非載荷方向共に1半波が卓越しており、板中央のたわみが最大になることがわかる。

参考文献

1) 例えば、森脇良一、藤野眞之： ” 初期不整を有するプレートガーダーの純曲げ強度に関する実験的研究 ”，土木学会論文報告集，第294号，1977年8月。または、関西橋梁鉄骨溶接研究会： ” プレートガーダーの耐荷力に関する理論と実験 ”，1965年7月。

2) N. Yamaki： ” Postbuckling Behavior of Rectangular Plates with Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression ”，Journal of Applied Mechanics, September, 1959.

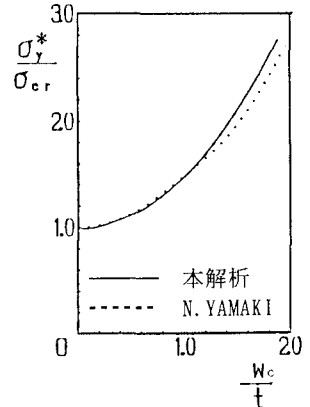


図2 N. YAMAKIの解析との比較

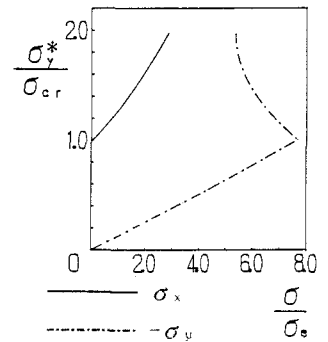


図3 膜応力と圧縮応力の関係

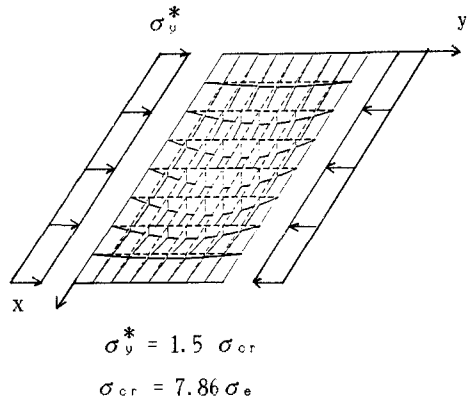


図4 面外たわみ状態