土木学会第44回年次学術講演会（平成元年10月）

I-7　弧長制御による空間骨組部材の幾何学的非線形解析手法

首都高速道路公団　正　員　川田　成彦
早稲田大学理工学部　正　員　依田　照彦

1. まえがき

骨組構造物の幾何学的非線形解析では、一般に増分法とNewton－Raphson 法等の反復法とを組み合わせた混合法が利用されている。各種の解析手法の中でも特に弧長法と呼ばれているものは、釣り合い曲線に沿った弧長を制御変数にとるため、曲線上に極限点を含むような現象の解析にも良く適応し、有効な計算手法であることが確認されている[1]。しかしながら、一般の弧長法においては構造物の分割数の増加に伴って、表示される弧長は相対的に短くなるため、複雑な弧長制御を行わない限り、不経済な計算を強いられることがある。本報告は、その改善策の一つとして、弧長の定義に特定の変位成分を用いる特定弧長法を利用し、その有用性をまず平面骨組部材で示し、さらに空間骨組部材に対して行った実験データとの比較によって、解析手法の妥当性を示すことを目的としている。

2. 特定弧長法の定式化

弧長法における弧長の定義は、一般に次式のように表される。

$$\Delta s^2 = \Delta\lambda^2 + \{\Delta d\}^T\{\Delta d\} = \Delta\lambda^2\left[1 + \{d_o\}^T\{d_o\}\right] \tag{1}$$

ここにΔsは弧長増分量、Δλは荷重増分パラメータで荷重増分を｛ΔP｝、基準荷重ベクトルを｛P。｝とすれば

$$\{\Delta P\} = \Delta\lambda\{P_o\} \tag{2}$$

で定義される。また｛Δd｝は変位増分ベクトル、｛d。｝は基準変位ベクトルである。

通常釣り合い曲線は、荷重とある特定方向の変位の関係を平面的に示すものであるから、表示される弧長は式(1)によれば変位ベクトルの要素数、すなわち構造物の節点数の増加に伴って相対的に短くなる。このため複雑な弧長制御を行わない限り、不経済な計算を強いられる。そこで特定方向の変位成分にのみ着目して式(1)を書き改めると、次式が得られる。

$$\Delta s^2 = \Delta\lambda^2 + \Delta d^2 = \Delta\lambda^2\left(1 + d_o^2\right) \tag{3}$$

ここにΔdは特定方向の変位増分量、d。はそれに対応する基準変位である。

式(3)に基づく弧長法を特定弧長法と呼ぶが[2]、これには次に挙げる長所がある。

①釣り合い曲線を表す座標面と同一面内において弧長を定義できる。
②したがって、上記座標系を無次元化することにより弧長を無次元化することが可能である。
③弧長の無次元化は、弧長を制御する上で有利である。

釣り合い曲線に沿って定義された弧長は本来無次元量であるべきだが、式(1)の定義に従えば実際はそのように扱われていないことがわかる。ところが、無次元化された座標系に示される変数だけを用いて弧長を定義する特定弧長法によれば、同時に弧長の無次元化も図れる。これが②の理由であり、その結果、座標面内のどの方向に向かう弧長であっても同一長さにすることが可能である。

3. 平面骨組部材における計算結果

まず特定弧長法の妥当性を確かめるために、エラスティカの問題を例に一般弧長法と比較する。図1、図2に示すように両者の解析精度はほぼ一致しているが、座標面上における相対的な弧長の短縮がない分だけ、特定弧長法の方がより経済的な手法であることがわかる。

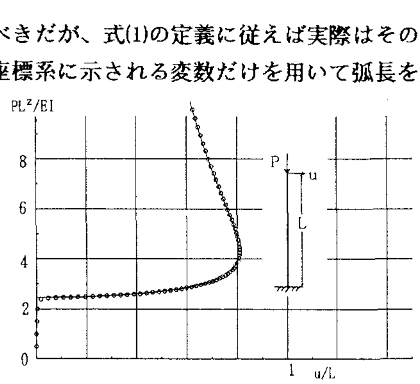

図1.エラスティカの解析（一般弧長法）

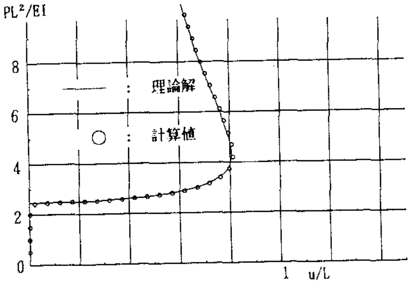

図2.エラスティカの解析（特定弧長法）

また、初期曲率を有する円弧ばり[3]に対してこれを適用した結果においても、妥当性が確認できる（図3、図4）。

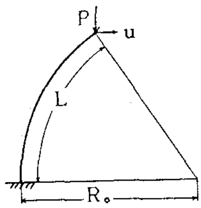

図3.円弧ばり

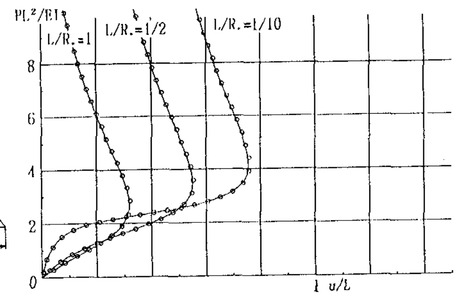

図4.円弧ばりの解析

4. 空間骨組部材における実験結果との比較

図5に示すらせんばりについてなされた実験結果[4]と計算結果との比較により、空間骨組部材の非線形解析の妥当性を調べる。なおここで弧長の定義に際しては、荷重載荷方向の変位成分を制御変数として採用した。これは、変形の全行程を通じてこの方向の変位が最大だからである。

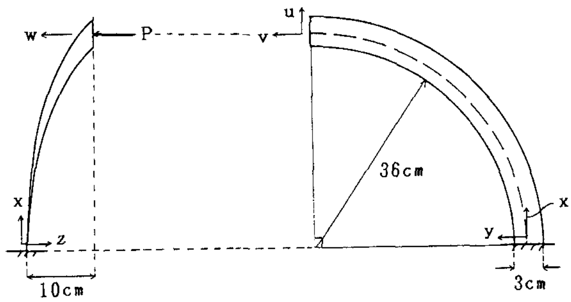

図5. らせんばり

板厚： 0.3cm，E＝2.99×10^4 kg/cm²，ν＝0.384

結果は図6、図7に示す通りである。図から明らかなように、実験データと計算値はよく一致しており、曲がってねじれた構造物に対しても解析手法の妥当性が確かめられた。

5. あとがき

本報告では、非線形構造解析手法として定着しつつある弧長法を取り上げ、特定弧長法の利点、実際の数値計算への適用性などについて考察した。ここに提案した手法によれば、任意の曲率とねじれ率を有する空間曲線部材において、曲げとねじれが連成する変形状態の追跡が可能となる。

今後は、任意の形状や荷重状態の空間構造物や、材料の非線形性も考慮した問題等にも、この解析手法を適用し、その有用性を確かめたい。

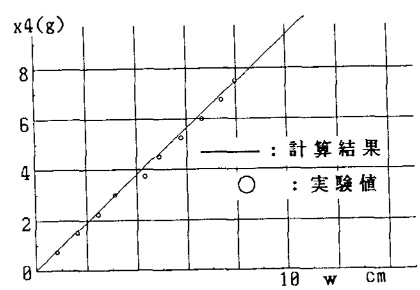

図6.らせんばりの解析（荷重載荷方向）

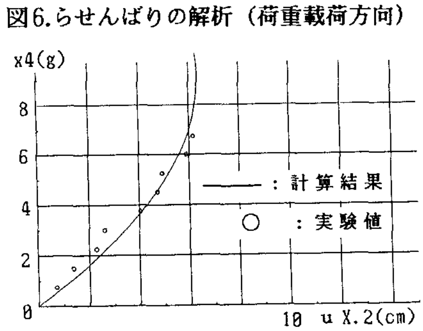

図7.らせんばりの解析（法線方向）

参考文献

1) 末武・工藤・平嶋・依田：弧長増分法に基づく板殻構造物の耐荷力解析，構造工学論文集，Vol.34A，昭和63年3月.

2) 細野：弧長法による弾性座屈問題の解析（その2）：日本建築学会論文報告集，第243号，昭和51年5月.

3) Goto・Yamashita・Matsuura：Elliptic Integral Solutions for Extensional Elastic with Constant Initial Curvature, Proc. of JSCE. Structural Eng. /Earthquake Eng., Vol.4, No.2, October 1987.

4) Hirashima・Yoda：Finite Displacement Theory of Curved and Twisted Thin−Walled Beams, Memoirs of the School of Science&Engineering WASEDA UNIV. No.46, 1982.