I-6　分岐点探索のためのモニタリングパラメータ

本州四国連絡橋公団　正　員　　大塚雅裕
岐阜大学　正　員　　藤井文夫

1．はじめに　つり合い経路上に現れる分岐点の接近を事前に予知することは，モニタリングと呼ばれる。経路に沿ってつり合い状態を追跡する作業と並行して，あるパラメータを逐次計算し，その変化をとらえれば，分岐点までのある種の『距離』を測ることができる。この距離に増分幅を連動させ，分岐点の位置をより的確に探索することも可能となる。この種のパラメータには，分岐点であるか，荷重極大点であるかを見極める判別能力も要求される。これにより分岐点であると判別された場合には，現在追跡中の経路から分岐経路に移行するための必要な手続きを開始できる。これまで多くのpath-related measureが提案されている。例えばBerganのcurrent stiffness，接線剛性行列の行列式，接線剛性行列の静的・動的固有値，あるいはその固有ベクトルと荷重ベクトルとの内積などがある。しかしこれらのパラメータのなかには，その分布が問題によっては分岐点付近で不連続となったり，分岐点と荷重極大点とを判別できなかったり，できたとしても固有値のように多くの計算量を必要とするなど，一長一短である*。そこで本研究でも，計算が容易で，分岐点と荷重極大点との識別能力をもつモニタリング用の実用的なスカラーパラメータを提案する。

2．モニタリングパラメータ　一般に構造系の全体量に対する非線形支配方程式

$$F_j\ (X_k)=0 \qquad \text{式 (1)}$$

を解曲線に沿う弧長sで微分して，つぎのような接線方程式を得る。

$$[\partial F_j / \partial X_k]\ dX_k / ds = 0 \qquad \text{式 (2)}$$

ここに，n個の自由度の系については $j=1\sim n$，$k=1\sim(n+1)$ で，荷重変数を X_{n+1} とする。式（2）は（n＋1）個の未知量 dX_k/ds に対するn個の条件式である。解 dX_k/ds は解曲線の接線ベクトルのスカラー成分となる。分岐点においてはこの接線ベクトルが不定となることより，つぎのモニタリングパラメータを基本とする。

$$Z_0=\sum_{i=1}^{n+1}(d_i)^2 \qquad \text{式 (3)}$$

ここに d_i は，長方形行列である $[\partial F_j / \partial X_k]$ の第i列を消去してできる正方行列の行列式である。理論的には，Z_0 は分岐点でゼロとなるが，荷重極大点ではゼロとならない。しかし実際に多自由度系の分岐点を，この Z_0 で探索すると，有限桁で計算する限りたとえ分岐点上でも，誤差のため Z_0 はゼロにはならない。また Z_0 は，分岐点の近傍の近くで急速に減少する好ましくない傾向をもつ。そこで本研究では，実用的に分岐点を検出するために，つぎのパラメータも併用することにする。

$$Z_1=(d_{n+1})^2+(d_a)^2+(d_b)^2 \qquad \text{式 (4)}$$

$$Z_2=(d_m)^2 \qquad \text{式 (5)}$$

ここに，右下添字のa，bは荷重変数以外の代表的な2つの変位を表し，mは解曲線の接線ベクトルのベクトル成分のうち，絶対値最大の成分を意味する。a，bは固定されるが，mは解曲線の形状に応じて逐次変更されて行く。しかし，あるひとつの分岐点付近では変わることはない。式（4）は荷重極大点と，あるひとつの変位の折返し点とが同時に発生することはあっても，荷重極大点と，他の2つの変位の折返し点が同時に発生することは，まずないであろうとの発想から，式（3）の右辺の行列式のうち，d_{n+1} を含めた3

項を取っただけである。これにより，Z_1 の変化が分岐点付近でより滑らかになるが，Z_0 と同じ理由で多自由度系の分岐点でゼロになるとは限らない。Z_2 はただひとつの行列式を使っているが，接線ベクトルのベクトル成分のうち，絶対値最大のものを検出すれば，自動的に折返し点を示す変数を避けることができるので，これだけでも，分岐点と荷重極大点との識別能力をもつ。解析的には Z_2 の方が興味深いが，実際には Z_1，または Z_2 のいずれを用いても大差はない。

3．計算例　まず図1の簡単なトラスのつり合い経路に沿って，Z_0 ～ Z_2 の変化を調べ，確実に分岐点に反応するかどうか検証した。図2はつり合い経路で，分岐点が2ヶ所，荷重極大点が4ヶ所出てくる。系は n＝2 の少自由度であるから，図3に Z_0 の定性的変化を示した。分岐点と荷重極大点とを識別し，確実に分岐点のみに反応している。Z_1 と Z_2 についても同様の傾向がある。他の例題は講演当日発表予定である。

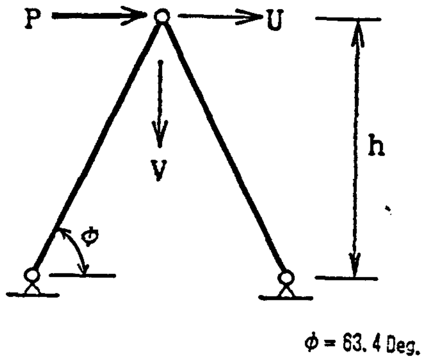

図1 **Horizontal Loading**

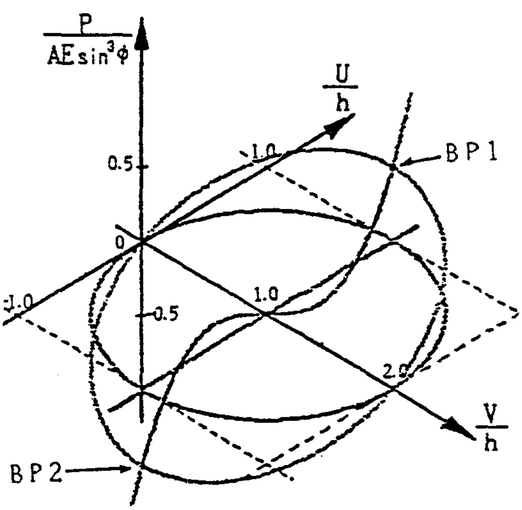

図2 **Equilibrium Path**

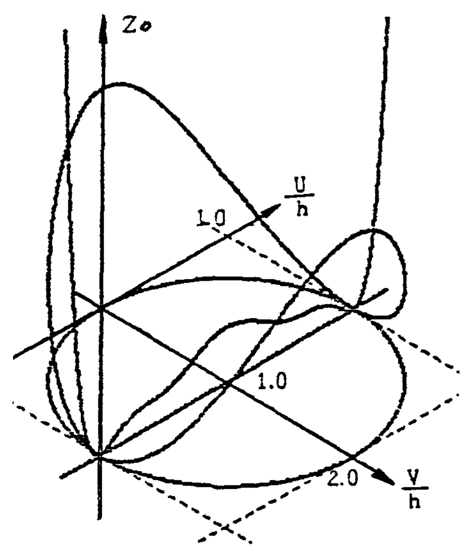

図3 **Monitoring**

4．まとめ　分岐点の正確な位置の評価に欠くことのできないモニタリングパラメータについて提案を行った。今後，殻構造系についても検討してみる必要がある。分岐点の位置が求まって，これまでの経路から分岐経路に移行する計算技法（特に非対称分岐の場合）については，現在研究が進められている。

＊本研究を進めている間，Erikssonがかなり有望な2つのstiffness measure を発表しているが，これについては，本報のなかで考慮することができなかった。