

V-43 複輪荷重による弾性路体内の応力計算の一例

国士舘大学 正員 斉藤総一郎

1. まえがき

大型自動車の後輪(2輪)の接地面積を矩形と仮定した場合、弾性路体内に生ずる圧縮応力とせん断応力を弾性理論で解析した式で計算した一例である。

2. 鉛直集中荷重が作用した場合の路体内応力

アッシュキは地盤を半無限弾性体と仮定して、表面に鉛直集中荷重(P)が作用したときに、深さ(Z)に生ずる垂直応力(σ_z)、せん断応力(τ_z)を次の式で示している。

$$\sigma_z = \frac{3 P Z^3}{2 \pi R^5} \text{ -----(1)} \quad \tau_z = \frac{3 P Z^2 r}{2 \pi R^5} \text{ -----(2)}$$

$$\text{但し } r^2 = x^2 + y^2 \quad R^2 = x^2 + y^2 + Z^2$$

3. 等分布矩形載荷した場合の鉛直上に生ずる圧縮応力(σ_z)

図1に示す、a、bの長方形等分布荷重(P_0)が作用する場合、原点(0)を通る鉛直線上の点(0.0.Z)における圧縮応力(σ_z)は次の式で示されている。¹⁾

$$\sigma_z = \frac{P_0}{2 \pi} \left[\frac{a \cdot b \cdot z (a^2 + b^2 + 2 Z^2)}{(a^2 + Z^2)(b^2 + Z^2)(a^2 + b^2 + Z^2)^{0.5}} + \sin^{-1} \frac{a \cdot b}{(a^2 + b^2)^{0.5} (b^2 + Z^2)^{0.5}} \right] \text{ -----(3)}$$

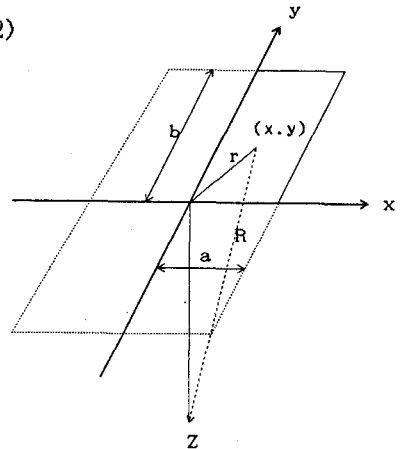


図-1 長方形等分布荷重(P_0)の接地面

4. 等分布矩形載荷した場合の鉛直上に生ずるせん断応力(τ_z)

前述と同様の載荷条件で鉛直上の点(0.0.Z)におけるせん断応力(τ_z)は、次の通り(2)式を積分して得られる。(2)式より

$$\frac{3 P_0 Z^2}{2 \pi} = A \text{ とおくと } \tau_z = A \frac{(x^2 + y^2)^{0.5}}{(x^2 + y^2 + Z^2)^{5/2}}$$

矩形等分布載荷の場合の τ_z は次の式で求められる。

$$\tau_z = A \cdot \int_0^a \int_0^b \frac{(x^2 + y^2)^{0.5}}{(x^2 + y^2 + Z^2)^{5/2}} \cdot dx \cdot dy$$

上式を積分して、次の結果を得た。

$$\tau_z = A \cdot [I_1 + I_2] \text{ -----(4)}$$

I_1, I_2 は次式で示す。

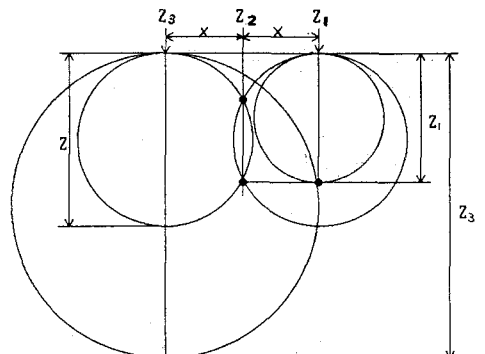


図-2 応力円の合成

$$I_1 = \frac{1}{3Z^2} \frac{(1+(Z/a)^2)^{0.5}}{1+Z \cdot (Z/a)^2} \left[E(\phi_1 \cdot K_1) - \frac{2K_1^2 \cdot a \cdot b / (a^2 + b^2)}{2(1-K_1^2 \cdot b^2 / (a^2 + b^2))^{0.5}} \right] \dots \dots (5)$$

$$I_2 = \frac{1}{3Z^2} \frac{(1+(Z/b)^2)^{0.5}}{1+Z \cdot (Z/b)^2} \left[E(\phi_2 \cdot K_2) - \frac{2K_2^2 \cdot a \cdot b / (a^2 + b^2)}{2(1-K_2^2 \cdot a^2 / (a^2 + b^2))^{0.5}} \right] \dots \dots (6)$$

但し、 $E(\phi \cdot K)$ は第二種楕円積分 $\phi_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$ 、 $\phi_2 = \tan^{-1} \frac{a}{b}$ 、 $K_1 = \frac{Z^2}{a^2 + Z^2}$ 、 $K_2 = \frac{Z^2}{b^2 + Z^2}$

5. 楕円積分の計算

ヒューズ・フォスター簡約積分²⁾より

$E(\phi, K) = \int_0^\phi \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \theta} d\theta$ の計算式として、次の式を用いた。

$$E(\phi, K) = \phi \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot K^2 - \left(\frac{1}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{K^4}{3} - \left(\frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{K^6}{5} \dots \dots \right] \\ + \sin \phi \cdot \cos \phi \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot K^2 + \frac{1}{2 \cdot 4} K^4 \cdot A_4 + \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6} K^6 \cdot A_6 + \dots \dots \right] \dots \dots (7)$$

$$\text{但し } A_4 = \frac{1}{4} \cdot \sin^2 \phi + \frac{3}{2 \cdot 4}$$

$$A_6 = \frac{1}{6} \cdot \sin^4 \phi + \frac{5}{6 \cdot 4} \sin^2 \phi + \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4 \cdot 2}$$

(7)式より $E(\phi, K)$ を計算し、(5)(6)式に代入し I_1, I_2 を求め、(4)式に更に代入して τ_z を計算する。
この計算のプログラムを作成し、 a, b, Z, P_0 を入力し τ_z を算出する。

6. 応力円による応力の合成

等分布矩载荷面($2a \times 2b$)の中心の鉛直下に生ずる応力は、(3)式より σ_z 、(4)式より τ_z を求めて、これを4倍と仮定して計算した。次に図2に示す通り、接地面中心鉛直軸(Z_1, Z_3)に生ずる応力円を描き Z_1 と Z_3 の中間軸 Z_2 上で交差する円より合成応力を計算し、 Z_1 軸上も同様にして合成応力を求めた。

7. 大型車の後輪(2輪)による路体内に生ずる応力計算例

タイヤ接地巾($2a$) $\approx 20\text{cm}$ 、タイヤ接地長さ($2b$) $\approx 26\text{cm}$ 、タイヤ中心間隔($2x$) $\approx 32\text{cm}$ 、接地圧 $P_0 = 10\text{kgf/cm}^2$ として鉛直下深さ $Z = 10\text{cm} \sim 100\text{cm}$ の合成応力を算出した。その結果を表.1に示す。

8. むすび

本文は τ_z の計算式を主に求め、 σ_z, τ_z を(3)、(4)式を用いて複輪荷重による内部合成応力を計算したものであるが、応力円による合成は仮定条件が多いので問題点が残る。特に τ_z の合成については検討を要するので今後の研究課題としたい。

深さ (Z)	タイヤ接地 中心軸		タイヤ間の 中間軸		タイヤ接地面 縁部軸		タイヤ接地面 縁部中間軸	
cm	σ	τ	σ	τ	σ	τ	σ	τ
10	7.59	4.67	1.76	0.41	3.39	2.27	3.78	2.48
20	4.17	1.49	2.98	0.75	3.16	1.46	3.28	1.55
30	2.59	0.65	2.58	0.56	2.47	0.85	2.58	0.91
40	1.75	0.35	1.93	0.37	1.85	0.52	1.90	0.55
50	1.31	0.22	1.45	0.25	1.38	0.34	1.42	0.34
60	1.00	0.14	1.12	0.14	1.05	0.23	1.06	0.22
70	0.79	0.09	0.86	0.11	0.82	0.16	0.96	0.15
80	0.64	0.07	0.68	0.07	0.66	0.11	0.68	0.11
90	0.52	0.05	0.55	0.05	0.54	0.08	0.56	0.08
100	0.44	0.04	0.46	0.04	0.44	0.06	0.46	0.06

(タイヤ接地圧 10kgf/cm^2)

表-1 複輪タイヤによる路体内部応力(kgf/cm^2)

9. 参考文献

- 1) 木村 孟; 「土の応力伝播」 鹿島出版会(昭和53年)
- 2) ヒューズ・フォスター簡約積分表、フレイ図書出版(1982年)