

## PS V-6 クラックひずみ法による鉄筋コンクリートの非線形解析

株間組技術研究所 正会員 吉川弘道  
名古屋大学工学部 正会員 田辺忠頼

## 1.ひびわれモードの分類

ひびわれ界面における力学的挙動は、Sモード (nonfrictional separation mode 剥離状態) とFモード (frictional contact mode 摩擦接触状態) に大別することができる(図-1)。Sモードは、比例負荷を受ける部材が、主としてひびわれ直交方向に引張力を受け、界面にせん断力が生じない場合である。Fモードでは、ひびわれ界面に沿ってせん断力によるすべりが生じるとともに、界面直角方向に圧縮力の増大、もしくはひびわれ幅の開口(交叉効果)が励起される。いわゆるtension stiffening効果はSモードのひびわれを対象とするもので([3],[4])、せん断伝達、クラックダイラタンシーはFモードひびわれのモデル化で取り扱われる([5],[6])。

## 2.クラックひずみを用いた構成方程式([1],[2])

ひびわれの生じているRC部材のある領域における鉄筋とコンクリートのひずみベクトルを、各々 $\{\varepsilon_s\}, \{\varepsilon_c\}$ とすると、ひびわれの発生および鉄筋とコンクリート間の相対的すべりにより、これら両者は必ずしも等くない。すなわち、全ひずみ(total strain)を $\{\varepsilon\}$ とすれば、鉄筋のひずみ $\{\varepsilon_s\}$ はこれと等しく、コンクリートのひずみ $\{\varepsilon_c\}$ の各成分は全ひずみと等しいか小さい値とならなければならない。この差をクラックひずみ $\{\varepsilon_{cr}\}$ と仮定する。そうすると、図-2に示すように、これら3者のひずみ関係は次のように記すことができる。

$$\{\varepsilon_c\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon_{cr}\} \quad \text{for concrete} \quad (1)$$

$$\{\varepsilon_s\} = \{\varepsilon\} \quad \text{for reinforcement} \quad (2)$$

コンクリートと鉄筋の応力ベクトルを $\{\sigma_c\}, \{\sigma_s\}$ 、剛性マトリックスを $[D_c], [D_s]$ とし、各々の材料構成則を次式で表す。

$$\{\sigma_c\} = [D_c] \{\varepsilon_c\} = [D_c] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_{cr}\}) \quad (3)$$

$$\{\sigma_s\} = [D_s] \{\varepsilon_s\} = [D_s] \{\varepsilon\} \quad (4)$$

次に、作用外力 $\{\sigma\}$ と材料応力 $\{\sigma_c\}, \{\sigma_s\}$ との釣合条件は、 $\{\sigma\} = \{\sigma_c\} + \{\sigma_s\}$ のように記述することができ、式(3),(4)を代入すると次式が得られる。

$$\{\sigma\} = ([D_s] + [D_c]) \{\varepsilon\} - [D_c] \{\varepsilon_{cr}\} \quad (5)$$

すなわち、式(5)の右辺第一項は全断面有効時の応答で、第二項はひびわれによる応力緩和を示すものである。

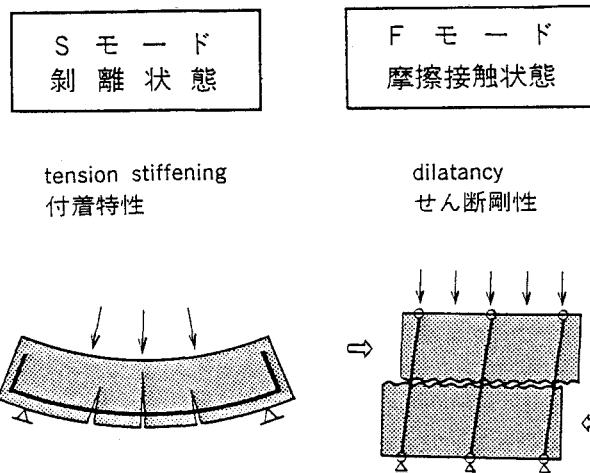


図-1 ひびわれモードの分類

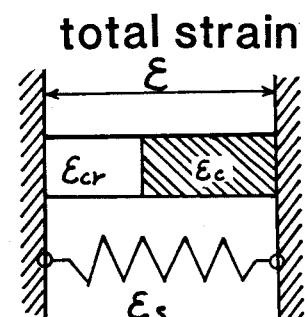


図-2 クラックひずみと材料ひずみとの関係

また、クラックひずみベクトルがさらに、 $\{\varepsilon_{cr}\} = [S] \{\sigma\}$  のように、作用外力  $\{\sigma\}$  の関数として表される場合、式(5) は次式のようにも書き換える。

$$\{\sigma\} = ([I] + [D_c] [s])^{-1} ([D_s] + [D_c]) \{\varepsilon\} \quad (6)$$

$[I]$  は単位マトリックスを示す。ここで、式(6) の右辺のうち、

$$[D_{RC}] = ([I] + [D_c] [s])^{-1} ([D_s] + [D_c]) = [\Phi] ([D_s] + [D_c]) \quad (7)$$

$$\text{ただし、 } [\Phi] = ([I] + [D_c] [s])^{-1}$$

とすると、これはひびわれ状態にあるRC部材の等価剛性マトリックスと解釈することができ、係数マトリックス  $[\Phi]$  はひびわれ発生・進展に伴う剛性低下を表す無次元量に他ならない。

このような定式化によって、クラックひずみ  $\{\varepsilon_{cr}\}$  またはその係数  $[S]$  を介することにより、ひびわれを含む鉄筋コンクリートをただ唯一個の構成方程式で合理的に記述することが可能となる。

さらに、著者らの提唱するクラックひずみ法における構成方程式を分類・体系化し、表-1 に一覧する。（ただし、表中の諸式は増分形で記してある）。

表-1 クラックひずみ法と用いる構成則の分類・体系化

手 法	分 類	構 成 則	Sモード	Fモード	No.
クラックひずみ法	クラックひずみベクトル [初期ひずみ法]	I : 応力増分で表わしたもの $(d\varepsilon_{cr}) = [S](d\sigma)$	○	—	1
		II : 全ひずみ増分で表わしたもの $(d\varepsilon_{cr}) = [F](d\sigma_c)$	—	○	2
	等価剛性 [剛性変化法]	III : ひびわれコンクリートのみ $(d\varepsilon_{cr}) = [A](d\varepsilon)$	○	○	3
		$[D_{crk}] = [D_c]([I] - [A])$	○	○	4
		$[D_{RC}] = [\Phi]([D_c] + [D_s])$	○	—	5
		$[D_{RC}] = [\Psi][D_c] + [D_s]$	—	○	6

### 3.まとめ

クラックひずみ法は、これまで個別に議論されてきた引張硬化、せん断伝達、ダイラタンシー効果などの諸現象をクラックひずみベクトルによって統一的・合理的に取扱うことができ、いわゆる smeared モデルをも表現することができる。さらに、有限要素解析に際しては、初期ひずみ法または剛性変化法によって、従来の非線形 FEM コードを大きな変更なしに適用することができる。最終的には、クラックひずみベクトルをどのように定式化するかがキーポイントであり、著者らは、Sモードに対して、文献[3],[4]、Fモードに対して文献[5],[6] で詳述した。

＜クラックひずみ法に関する著者らの主要論文＞

- [1] クラックひずみを導入したコンクリート構造物の有限要素モデル、RCFEMコロキウム、JCI、昭59.12
- [2] A Finite Element Model for Cracked Concrete, 日米セミナー, ASCE, ST Div.、昭60.5
- [3] 鉄筋コンクリート部材の引張剛性に関する解析的研究、土木学会論文集、第366号/V-4, 昭61.2
- [4] ひびわれを有する鉄筋コンクリート板の平面応力場における構成方程式、JCI論文、昭61.6
- [5] コンクリート部材のひびわれ界面における力学的挙動に関する解析的研究、土木学会論文集、昭61.8
- [6] 不連続面の力学挙動に関する構成モデル、第19回岩盤力学に関するシンポジウム、土木学会、昭62.2