Ⅳ-226 通常の逆行列計算法による フリーネットワークの簡易な解法

広島工業大学　正員　岡野　兼夫

1．概　説

日本測量協会３０年誌（単行本，１９８１年１０月）ｐｐ．１１８～１１９に筆者が発表したフリーネットワークの「岡野法第１解」は，計算が簡単で精度も良いため，国土地理院技術資料　Ｂ．５－－Ｎｏ．１０（１９８３年３月）に紹介採用され，現在，各方面で使用されている．

［筆者は，１９８２年以後，使い易い「岡野法第２第３解」を，第１解と共に，広島工大研究紀要　Ｎｏ．２０（１９８２年３月），同　Ｎｏ．２１（１９８３年３月）に発表した．さらにそれ等の改良応用法を広島工大研究紀要　Ｎｏ．２３（１９８５年３月）に提案発表し，１９８８年には，第２解を骨格にした実用法（国家基準点を用いる場合の合理的実際的な解法）を，日本測量協会誌「測量」の５月号に「新岡野法」として発表しているので，参考にしていただければ幸いである］．

さて，ここでは，１９８１年発表の「岡野法第１解」に関する「未発表の応用」として，通常の逆行列計算法を用いる事が可能な「フリー正規式の新らしい解法」を述べる．これはフリーネットワーク計算法としては最簡易な手法と言えるであろう．ただし解の条件として，方向角の観測式を使用せず，その代用として，標準角を含まない「偏角の観測式」を採用する必要が生じる．従って，まず「偏角の観測式」から説明しよう．

2．偏角の観測式

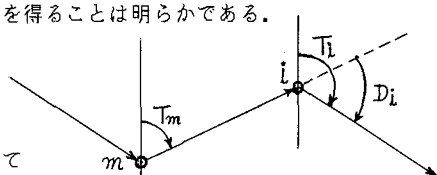
図より偏角 Di=Ti-Tm であるから，方向角 Ti の観測式(1) から，方向角 Tm の観測式(2) を辺辺引けば，偏角 Di の観測式を得ることは明らかである．

Ti+Vi=....-1*Z　　　　(1)

Tm+Vm=....-1*Z　　　　(2)

(1)-(2) より偏角 Di の観測式は

Di+Ui=......　　　　(3)



方向角観測式の ..... 部分は良く知られているので，偏角観測式の ...... 部分も自明であろう．これを用いることにより，方向角観測式の右辺にある標準角修正量Z が消え，その結果，次に述べる最簡易解が可能になることは，著しい事柄であると言える．

3．　Ｘ，Ｙ解　の手順

１）　全点数 n個に対する座標修正量 2*n=N個：(X ,Y ,X ,Y , ... ,Xn,Yn) を未知数とする正規方程式を解く１つの方法として，最後の点の修正量XnとYnを 0と置く．そして，まず係数行列の第 N-1列と第 N列を抹消する．さらに，元の係数行列の理論ランクはF=N-3 であるから，さきの列の抹消に対応し，第 N-1行と第 N行を抹消する．残った (N-2)=r次の行列 Aはなお不正則であるから，「岡野法第１解」を適用することが許される．［もし元の行列から終りの 3行,3列を消せば，残りの行列は正則行列となり，第１解は使えなくなる］．次は，行列 A　から最後の行と列を除外した行列 B　を取り上げ，その逆行列要素Bij を計算する(i=1～r-1，j=1～r-1)．行列 B　は必らず正則になるので，この逆行列計算は，ありふれた通常の算法でよろしいが，万一，計算精度が悪るければ，対角要素へ微小定数 dを付加して逆行列を求めればよい．[　d=m*(0.1)^k　]（m は B行列の対角要素の平均値；k は計算有効桁数の 1/2程度の整数とする）．

２）　座標修正量の計算　　　r 個の座標修正量をZiで表す．

奇数のi は X修正量を，偶数のi は Y修正量を示す．i=1～r-1 に注意（i=r 無し）．

Zi=Bi-(Zr)*Ai　　Ai,Bi は次に説明する．Zrは r番目の修正量で最初に求めておく．

Zr={A1*B1+A2*B2+....+Ar-1*Br-1} ／ {(A1)^2+(A2)^2+...+(Ar-1)^2 + 1}

Aiは，(Bij*Ajr) の jを j=1～r-1 にわたって変化させ，合計したものであり，

Biは，(Bij*Uj)の jを j=1～r-1 にわたって変化させ，合計したものである．

［Bij は B行列から作った逆行列の i行目の要素，Ajr は A行列の r列目の要素，Ujは正規式右辺の定数項である．Ai，Biの計算は， iを指定し， jを１からr-1 まで変化させて累計すれば良いのであるが，Bij の jが列数を示すのに対して，Ajr とUjの jは行数を示す点に注意する必要がある． r+1番 r+2番の Zは最初 0に置いた Xn,Ynである．

４． 全点修正量の対称分布化（正しい解への変換）

以上で，n 個の全点につき，最後の点の修正量Xn=Yn=0 とした修正量が出揃ったので，つぎの X0,Y0を計算する． X0=(Xiの代数和）／n ， Y0=(Yiの代数和）／n
さて，このX0をXiから一律に引けば，n 個の代数和が 0を示すXiを得ることができる．全く同様に，Y0をYiから一律に引けば，n 個の代数和=0のYiを得る．(Xn=0-X0，Yn=0-Y0を忘れないように注意）．このように，全点の代数和が零の座標修正量を作ることを「全点対称分布化」と呼ぶことにする． 実は，Xn=Yn=0 のような特別の条件を付けないで，n 個の点に関し正しいフリー解が行なわれた時に得られるであろう修正量は，「全点対称分布」を示すはずである．この場合のXiから一律にXnを引き，Yiから一律にYnを引けば，Xn=Yn=0 の解を得る事は明らかであり，本論文の計算は，さきにXn=Yn=0 の修正量を求め，これを「全点対称分布」の状態に戻したに過ぎない．しかし，Xn=Yn=0の時の修正量を求める計算が，通常の逆行列で可能となる事実により，計算の簡易化と共に精度の向上が期待されるわけである．

ここで，一般のフリー解において，修正量から一律に任意の定数を引き算することが常に何回でも許される事情を説明しておこう．フリー解に用いられる観測式は，含まれる X修正量の項が互いに逆符号であり，X 修正量から一律に定数をさし引いても，その定数がすべて互いに消し合う形になっており，Y 修正量についても全く同様である．従って，フリー解の正規式は,X修正量から一律に任意の定数をさし引いて新しい X修正量を作り，同様に Y修正量から一律に任意定数をさし引いて新しい Y修正量を作った場合にも，その新しい X,Y修正量で完全に満足される性質をもとから具えている訳である．

すなわち，フリーの正規式を満たす解は無数に存在する！そこで大切なのは，これら無数の解の中から数学的に正しく，測量学的に価値ある解を選び出す基準条件であり，それが無ければフリー解は完成しないのである！ 筆者はこの基準条件として，上述の「全点対称分布」と共に「基準点対称分布」を提唱している．後者は，広島工業大学研究紀要No.26 １９８８年３月，日本測量協会誌１９８８年５月号に詳しく述べてある．

フリー解の精度が悪いケースを調べてみると，その「全点対称分布」が崩れていることが多く，全点の修正量の代数和(X0,Y0) を求め，Xi-(X0/n)，Yi-(Y0/n) を実行することにより，精度の回復をはかる事ができるので，試みていただきたい．

５．水準測量の場合について

差高の観測式にもとずく水準測量の正規式は，その係数行列自身が上記の X,Y解で述べた A行列の形をしているので，いきなり「岡野法第１解」を適用すればよい．すなわち全体の係数行列から最後の行と列を省略した B行列は，その逆行列要素Bij を通常の逆行列計算で求めることができる．よって X,Y解のように，最後の修正量を 0と置く必要は無く，もし 0と置けば，解を誤まる結果となるので，注意しなければならない．

６．現場計画の注意

本論文の計算法を実用するには，現場の測量網が「閉じた図形」をなすように計画しなければならない．したがって，網から行き止まりの「ツノ」のような路線が出ていてはならない．基準点が「ツノ」の先端にある形のときは，これを「閉じた形」にするために，基準点どうしを繋ぐ距離の観測式などを入れて「ツノ」を無くすればよい．この場合の距離は，成果表の値をそのまま用いるので，観測式の定数項 W=0となるが，それで良い．このような観測式を「ダミー観測式」と呼ぶことにする．もちろん，「ダミー」として成果表の角から求めた偏角を用いても良く，水準測量ならば，成果表の標高から求めた差高を「ダミー」に利用すれば，簡単に図形を閉じることができるであろう．