

IV-159 トポロジー変換法を用いた2点間信頼度の近似解法

金沢大学工学部 正会員 高山 純一
株式会社NTT 正会員 ○大野 隆

1. はじめに

道路網の連結性能を厳密に評価する方法として、従来から最小パス法^{1) 2)}、最小カット法^{1) 2)}、Edge-Decomposition法³⁾等が用いられてきたが、いずれの手法においても道路網規模が大規模になると、それに伴い計算時間や計算機の記憶容量が指数関数的に増大するため、そのままでは大規模道路網を対象とした信頼度の計算は不可能といえる。それゆえ、そのような場合には若林・飯田⁴⁾が示すように信頼度の計算を何らかの形で近似するか、あるいは簡略化して計算を行う必要がある。本研究においても同じような観点から、道路網の連結性能(2点間信頼度)を効率的に計算する近似計算法を提案し、簡単な数値計算例によりその有効性を明らかにする。

この2点間信頼度を用いた道路網の信頼性評価は、例えば大震災に備えての都市内各地点と広域避難地を結ぶ避難路網の計画や、地震後の救援物資の集結地と避難地(被災地)を結ぶ緊急物資輸送路網の計画などに利用することが可能であり、適用範囲も広いといえる²⁾。

2. トポロジー変換法を用いた2点間信頼度の計算方法

2点間信頼度の厳密解は、2点間のすべてのミニマルパス(あるいはミニマルカット)を対象としてブール演算を行うことにより得ることができるが、ネットワーク規模が大きくなるとミニマルパス(ミニマルカット)数が膨大となり、その探索作業やブール演算に膨大な計算が必要となる⁴⁾。そこで、本研究ではトポロジー変換を導入した2点間信頼度の近似計算法を提案し、図-1に示すネットワークを用いてその有効性を明らかにする。

この手法の特徴はネットワークを互いに直列にいくつかのサブネットワーク(簡略ネットワーク)に変換し、各サブネットワークごとに計算した信頼度(連結確率)

を掛け合わせることで、 $S \sim T$ (Source to Terminal) 間の信頼度を計算するところにある。具体的には、図-1の破線で示すような仮想リンク l, m, k, h を想定し、まず仮想リンク l, m を短絡することにより図-2に示す変換ネットワークを作成する。同様にして、仮想リンク k, h を短絡すると図-3に示すような変換ネットワークができる。ここで、リンクの短絡とは仮想リンクを除去し、その両端のノードを1つのノードに集約することをいう。

さらに、ノード間が複数(並列)のリンクで結ばれている部分を連結確率が等しい1本のリンク(太線で示す集約リンク)で置き換えると、図-4のような簡略ネットワークに変換することができる。このように、直列のサブネットワークに簡略化できれば、各端点間(ノード1 $\sim N_1$, $N_1 \sim N_2$, $N_2 \sim 13$ 間)の連結確率をそれぞれ計算し、それらをかけ合わせることで、 $S \sim T$ 間の信頼度(第1次近似解)を計算することができる。ただし、この第1次近似解は明らかに厳密解よりも大きな値を持つため、トポロジー変換による影響を補正する必要がある。

そこで、集約したノード N_1, N_2 に内部抵抗を持たせ、トポロジー変換による影響を補正する。具体的には、トポロジー変換における次のような特性を利用する。すなわち、「トポロジー変換による影響が最も大きいのは短絡された部分の近傍であり、短絡されるリンク(仮想リンク)の非破壊確率が1.0であれば、トポロジー変換は2点間信頼度にまったく影響を及ぼさない」という特性を利用する。つまり、図-5(方法1)に示すように、短絡する仮想リンク l, m および k, h の近傍のネットワークを取り出し、仮想リンクの非破壊確率が0.0の場合の各端点間の連結確率($P_{4,11}$, $P_{2,7}$, $P_{5,12}$, $P_{6,9}$)と、仮想リンクの非破壊確率が1.0の場合の端点間の各連結確率

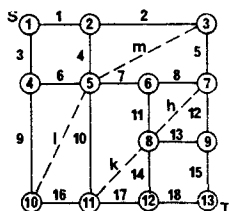


図-1 基本ネットワーク

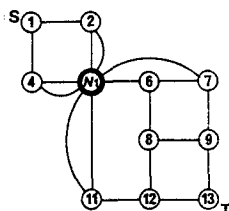


図-2 変換ネットワーク (A)

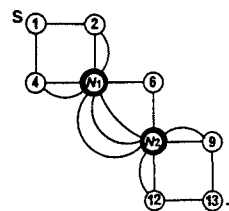


図-3 変換ネットワーク (B)

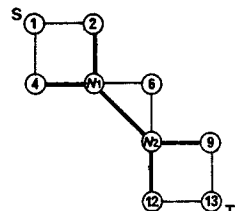


図-4 簡略ネットワーク

$(P_{4,11}^*, P_{2,7}^*, P_{5,12}^*, P_{6,9}^*)$ を計算し、トポロジー変換による集約ノードの補正值を計算する。例えば、方法1による集約ノード N_1, N_2 の補正值 $(Q(N_1), Q(N_2))$ はそれぞれ次のようにして計算される。

$$Q(N_1) = \{ (P_{4,11}/P_{4,11}^*) + (P_{2,7}/P_{2,7}^*) \} / 2$$

$$Q(N_2) = \{ (P_{5,12}/P_{5,12}^*) + (P_{6,9}/P_{6,9}^*) \} / 2$$

そこで、この補正值を第1次近似解に掛けて連結確率を修正すれば、 $S \sim T$ 間の信頼度（近似解）が計算される。なお、近傍のネットワークを図-6（方法2）のように取り出した場合においても、同様に計算すればよい。

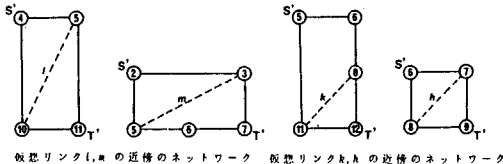


図-5 仮想リンク近傍のネットワークの取り出し方（方法1）

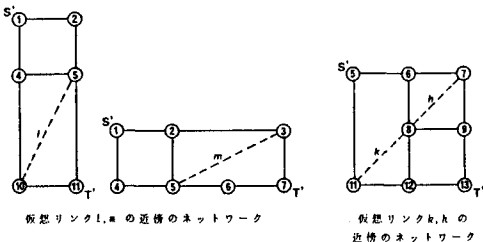


図-6 仮想リンク近傍のネットワークの取り出し方（方法2）

3. 計算結果と考察

図-1に示すモデル道路網を対象として、各リンクの非破壊確率（1.0から0.1まで0.1刻みに10通り設定した）がすべて同じである場合の $S \sim T$ 間連結確率を計算すると図-7のようになる。この計算結果より、ブール代数法による厳密解とトポロジー変換法による近似解の差は、全域にわたって ± 0.06 以内であり、それほど大きくないことがわかる。また、短絡リンクの近傍のネットワークを広範囲に取り出す方法2

表-1 2点間信頼度の計算時間の比較（FACOM M760-10を使用）

道路網規模		計算時間（秒）	
ノード数	リンク数	厳密解	近似解
5	8	0.03	0.03
9	12	1.57	0.04
13	18	197.57	0.07

を用いた方が、厳密解により近い近似解を得ることができるといえる。

なお、道路網規模の異なる3つの道路網を対象として、道路網規模と2点間信頼度の計算時間の関係と比較すると表-1のような結果であった。この表より、厳密解法（ブール代数法）を用いた場合は、道路網規模の増大に伴い計算時間も指数的に増大するが、近似解法（トポロジー変換法）を用いた場合には、道路網規模が増大しても計算時間の増加はゆるやかであり、計算効率が非常に良いことがわかる。以上のことから、トポロジー変換法を用いた2点間信頼度の近似解法は大規模ネットワークに対しても適用可能であり、厳密解との誤差もそれほど大きくないことから、かなり有効な手法といえる。

今後は、道路網の簡略化の方法が近似解の精度にどのように影響するか検討し、最適な簡略化方法を明らかにする必要があるといえる。最後に、研究を進めるにあたり金沢大学工学部川上光彦助教授、同木保昇助教授から貴重なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。

4. 参考文献

- 1) 井上・稲垣；大規模システムの信頼性解析へのグラフ理論の応用，システムと制御，Vol.20, No.12, pp.641~648, 1976年
- 2) 小林正美；道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究，都市計画別冊，第15号，pp.385~390, 1980年
- 3) A. Agrawal, R. E. Barlow; A Survey of Network Reliability and Domination Theory, Operations Research Vol.32, No.3, pp.479~492, 1984.
- 4) 若林・飯田；交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集，No.10, 1987年

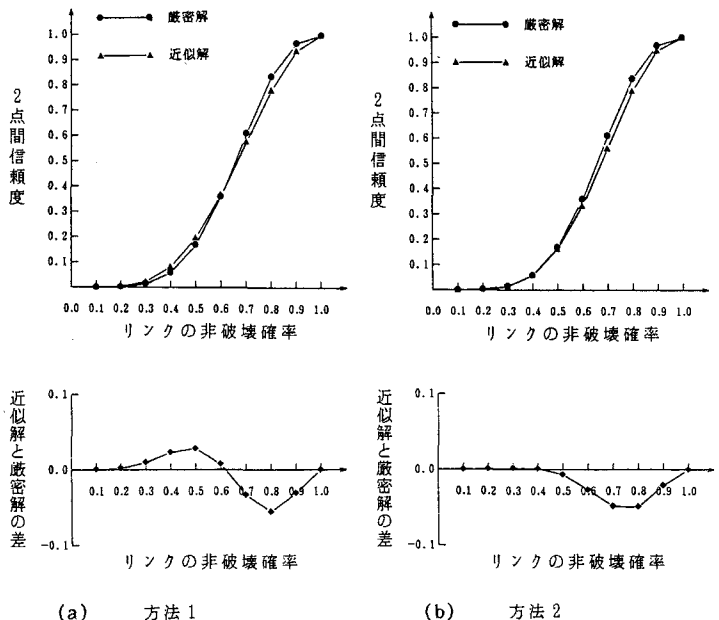


図-7 2点間信頼度の厳密解と近似解の比較