土木学会第43回年次学術講演会（昭和63年10月）

Ⅳ-152　マルコフ型水利システムの信頼性評価モデル

鳥取大学工学部　正　員　岡田　憲夫
鳥取大学工学部　正　員　河合　一
鳥取大学工学部　学生員　○上野　正和

1．はじめに　水利システムの信頼性評価は利水計画上重要な問題であり、実際に各種の実用的な指標が開発されている。岡田・河合ら[1)]は信頼性分析という視点から新たに考えられる各種の評価指標を定義するとともに利水計画の分野で用いられている既往の指標との連関関係を検討している。本論文ではその拡張として、上流で流量平滑化のコントロールが行われた場合のシステムの信頼性評価について考える。

2．水利システムのモデル化　当該システムの流量の挙動は、ある一定時間間隔で観測され、その流量はいくつかの有限個の状態を流量の大きさの順に1, 2, ･･･, nに分類できるとする。渇水（故障）及び非渇水（正常）と規定される状態の集合を、それぞれ$D=\{1, 2, \cdots, m\}$、$E=\{m+1, \cdots, n\}$で表す。時刻$t=0, 1, 2, \cdots$におけるシステムの状態をX(t)で示す。X(t)は１ステップ推移確率　p_{ij}（$i, j=1, 2, \cdots, n$）をもつマルコフ連鎖を形成するとする。ここにおいて状態m+1は基準流量水準を表すしきい値で、システムが任意の時点でこの水準を下回る状態Dであれば『故障（渇水）』、それ以上の状態Eであれば『正常（非渇水）』であるとする。具体的に言えば、流量が基準流量水準を充足できないと必要な水量が取水できなかったり、生態系のバランスが崩れたりして、一種の『渇水』と呼ばれる状況が生じると考える。このとき、このシステムの信頼性は時間の推移の中で、それが『正常』である（渇水が回避されている）程度を表すことになる。このように本モデルは水利システムの渇水回避可能度を解析するための１つの基本モデルと考えることができる。

3．信頼性指標の定式化　上述の基本モデルを用いて各種の信頼性評価指標を表－１に示すように定式化する。

（１）渇水までの時間：正常状態Ｅから渇水状態Ｄまでの到達時間を表す。正常状態ｉから出発したとき、時刻ｔではじめて渇水になる確率は式(1), (2)から導かれる。また時刻ｔまで渇水にならない確率は式(3)、(4)で与えられる。正常状態ｉから渇水状態になるまでの期待時間は式(5)で表される。

（２）回復までの時間：一度渇水状態になって後、正常状態へ復帰するまでの時間を表す。渇水状態ｉから出発したとき、時刻tではじめて渇水状態から回復する確率は、

表－１　信頼性指標の関係式

$$f_i(1)=\sum_{j\in D} p_{ij} \qquad i\ E \qquad \cdots(1)$$

$$f_i(t)=\sum_{j\in E} p_{ij} f_j(t-1) \qquad i\in E \qquad \cdots(2)$$

$$\overline{F}_i(1)=\sum_{j\in E} p_{ij} \qquad i\ E \qquad \cdots(3)$$

$$\overline{F}_i(t)=\sum_{j\in E} p_{ij} \overline{F}_j(t-1) \qquad i\in E \qquad \cdots(4)$$

$$u_i=\sum_{t=1}^{\infty} t\, f_i(t) \qquad i\in E \qquad \cdots(5)$$

$$g_i(1)=\sum_{j\in E} p_{ij} \qquad i\in D \qquad \cdots(6)$$

$$g_i(t)=\sum_{j\in D} p_{ij} g_j(t-1) \qquad i\in D \qquad \cdots(7)$$

$$\overline{G}_i(1)=\sum_{j\in D} p_{ij} \qquad i\in D \qquad \cdots(8)$$

$$\overline{G}_i(t)=\sum_{j\in D} p_{ij} \overline{G}_j(t-1) \qquad i\in D \qquad \cdots(9)$$

$$v_i=\sum_{t=1}^{\infty} t\, g_i(t) \qquad i\in D \qquad \cdots(10)$$

$$B_i(t,0)=\begin{cases} 0 & i\in E \\ \overline{G}_i(t) & i\in D \end{cases} \qquad \cdots(11)$$

$$B_i(t,t)=\begin{cases} \overline{F}_i(t) & i\in E \\ 0 & i\in D \end{cases} \qquad \cdots(12)$$

$$B_i(t,x)=\begin{cases} \sum_{j\in S} p_{ij} B_j(t-1,x-1) & i\in E \\ \sum_{j\in S} p_{ij} B_j(t-1,x) & i\in D \end{cases} \qquad \cdots(13) \quad s=D\cup E$$

$$P(t,x)=\sum_{j\in E} p_{ij}(t)\, \overline{F}_j(x) \qquad \cdots(14)$$

$$\begin{cases} H_i(t)=1 & t=0, 1, \cdots\cdots, T-1 \quad i\in E \\ H_i(t)=\sum_{j\in E} p_{ij} H_j(t-1)+\sum_{j\in D} p_{ij} k_j(0,t-1) & \\ \qquad i\in E\ ,\ t\geqq T & \end{cases} \qquad \cdots(15)$$

$$\begin{cases} k_i(T,t)=0 & \forall t \\ k_i(s,t)=1 & t=0, 1, \cdots\cdots, T-s-1 \\ & (s=0, 1, \cdots\cdots, T-1) \\ k_i(s,t)=\sum_{j\in E} p_{ij} H_j(t-1)+\sum_{j\in D} p_{ij} k_j(s+1,t-1) & \\ \qquad i\in D\ ,\ t\geqq T-s & \end{cases} \qquad \cdots(16)$$

式(6),(7)で、また時刻tまで回復しない確率は、式(8),(9)で与えられる。渇水状態iから回復するまでの期待時間は、式(10)で表される。

（３）正常時間：ある期間中正常な状態にある時間の総和を正常時間と呼ぶ。状態iを出発してt時間中x時間(0≦x≦t)正常である確率を考える。t時間中0時間正常である確率は、式(11)で、t時間中t時間正常である確率は、式(12)で与えられる。またt時間中x時間(0≦x≦t)正常である確率は、式(13)から導かれる。

（４）継続正常時間：将来のある時点から継続する正常な時間を意味する。これに関して、将来のある時点から正常状態が継続する確率を考えると式(14)で与えられる。

（５）許容渇水時間：継続渇水時間に関するある許容値Tを考える。つまり渇水になっても継続時間がT－１以下であれば利用上不都合や障害が生じないとみなす。このような状態をシステムダウンと呼ぶと、渇水の継続時間がはじめてT以上になったときにシステムダウンが起こることになる。この時間に関しある時刻で状態がｉ（正常）のときそれからt時間後もシステムダウンしない確率$H_i(t)$を考える。これは式(15),(16)から導かれる。ここで$k_i(s,t)$は、ある時刻で状態がｉ（渇水）、かつその時刻までの渇水継続時間がs (s=0,1,･･･,T-1)のとき、それからt時間後もシステムダウンしない確率である。

表-2　流量状態

流量状態	流量 以上		以下
1	0	～	3
2	3	～	7
3	7	～	12
4	12	～	15
5	15	～	17
6	17	～	∞

表-3　渇水モード

渇水モードⅠ　:D={1}
渇水モードⅡ　:D={1,2}
渇水モードⅢ　:D={1,2,3}
渇水モードⅣ　:D={1,2,3,4}
渇水モードⅤ　:D={1,2,3,4,5}

<u>４．水利システムの信頼性評価の適用例</u>　京都府由良川の７、８月の流量（１２年分）を例にとり、いくつかの基準流量を設定し、河川の流量がこの基準流量より少なくなったときに渇水になるとみなす。本研究では基準流量を、河川維持流量、河川維持流量に現在の水利流量（生活、農業、工業用水）を加えた流量、および、新たに取水量（人口２５０万人程度の都市生活用水）が必要となった場合を想定した。さらに、新規取水量に対して取水制限を行った場合(20%ｶｯﾄ､50%ｶｯﾄ)も想定し、計５つの基準流量を考えた。したがって表－２に示すように流量状態は６つあることになる。また渇水モードは表－３のようになる。計算に当たって、７、８月の全期間を１週間単位の時間で計９週間からなると仮定した。また流量の状態推移はこの期間では過去の状態には独立で、マルコフ過程に従うとした。各流量状態について流量平滑化のコントロール（例えばダム施設の建設と運用）なしの場合と流量平滑化のコントロールにより河川の流量推移が変化した場合とを想定し、１ステップ推移確率行列を求めてそれぞれ行列表示したものを表－４に示す。これらの行列より前述したいくつかの信頼性指標を計算する。表－５は７月第１週からの継続正常時間の確率をコントロールの有無に対して比較したものである。この表から分かるように継続正常時間の確率はコントロールなしの場合と比べてコントロールありのときの方がすべての初期状態にわたって高い確率となっており、流量平滑化のコントロールを行うことによってシステムの信頼性が向上していることが分かる。その他詳細については講演時に譲る。

表-4　1週間推移確率

	状態	1	2	3	4	5	6
コントロールなし	1	0.200	0.400	0.200	0.000	0.000	0.200
	2	0.238	0.429	0.143	0.000	0.000	0.190
	3	0.000	0.417	0.083	0.083	0.000	0.417
	4	0.000	0.286	0.286	0.142	0.000	0.286
	5	0.000	0.000	0.400	0.000	0.000	0.600
	6	0.000	0.053	0.053	0.088	0.088	0.718
コントロールあり	1	0.100	0.420	0.220	0.020	0.020	0.220
	2	0.188	0.379	0.168	0.025	0.025	0.215
	3	0.000	0.317	0.108	0.108	0.025	0.442
	4	0.000	0.186	0.311	0.167	0.025	0.311
	5	0.000	0.000	0.400	0.000	0.000	0.600
	6	0.000	0.000	0.067	0.101	0.101	0.731

表－５　継続正常時間の確率

初期状態	ｺﾝﾄﾛｰﾙなし	ｺﾝﾄﾛｰﾙあり
1	0.131	0.175
2	0.113	0.155
3	0.214	0.245
4	0.224	0.257
5	0.346	0.391
6	0.368	0.418

継続正常時間：８週間

［参考文献］　1)岡田・河合・上野・浦辻：水利システムの信頼性評価モデルに関する基礎的研究、第４０回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集、昭和６３年５月