

京都大学工学部 正員 飯田 恭敬
 大阪府立工業高等専門学校 正員 若林 拓史
 近畿日本鉄道 正員 福島 博
 京都大学大学院 学生員 吉木 務

1.はじめに

道路網を構成するリンクの信頼度が与えられた場合、所与2ノード間の信頼度を解析する各種手法の適用性を検討する。ここでは、ミニマルバス・カットを利用した2手法と、モンテカルロシミュレーション2手法の計4手法を、異なる規模の仮想ネットワークを対象に比較する。

2.各種信頼性解析手法の概略

(1) ブール演算法¹⁾

ネットワークの特定のノード間に對し、ミニマルバス、ミニマルカットを P_s, K_s とし、その総数を p, k とする。全部のバス、カットを利用する計算法では、信頼度の厳密値 R が得られるが、計算量が膨大となる。そこで、一部のバス、カット(選択数を $p' (\leq p), k' (\leq k)$ とする)を利用すると、下限値 L と上限値 U を効率的に得ることができる。すなわち、

$$L = 1 - E \left[\prod_{s=1}^p (1 - \prod_{a \in P_s} X_a) \right] \quad (1)$$

$$U = E \left[\prod_{s=1}^{k'} (1 - \prod_{a \in K_s} (1 - X_a)) \right] \quad (2)$$

で与えられ、 $L \leq R \leq U$ となる。ここに、 X_a は、

1, リンク a の円滑な走行移動が

$$X_a = \begin{cases} 1, & \text{保証される場合} \\ 0, & \text{そうでない場合} \end{cases} \quad (3)$$

で定義される確率変数である。

(2) 交点法²⁾

(1)では、ブール演算を必要とするのでこれを省略すると、近似値 R_p, R_k が得られる。すなわち、

$$R_p = 1 - \prod_{s=1}^{p'} (1 - \prod_{a \in P_s} r_a) \quad (4)$$

$$R_k = \prod_{s=1}^{k'} \{ 1 - \prod_{a \in K_s} (1 - r_a) \}. \quad (5)$$

式(4)は、下限値から上限値へ向かうバス数に関する単調増加関数となり、式(5)は上限値から下限値へ

向かうカット数に関する単調減少関数となる。この性質を利用して2曲線の交点を信頼度の近似値とする方法である。

(3) モンテカルロ法(直接法)^{3), 4)}

上記 X_a を用いた 0-1 コヒーレント構造関数 $\phi(X)$ (2ノード間の連結・非連結を表す) を利用し、 X (ベクトル X は X_a で構成される) の統計的に独立なサンプルを N 個 (N は試行回数) 各リンクの信頼度に従いサンプリングする。 X のサンプルベクトルを C_v ($v=1, 2, \dots, N$) とすればシステムの信頼度 R_c は、

$$R_c = N^{-1} \sum \phi(C_v) \quad (6)$$

で与えられる。このモンテカルロ法は直接サンプリング法となり、乱数発生の際のサンプリング領域を単純に [0, 1] の区間にとるものである。

(4) モンテカルロ法(分散減少法)^{3), 4)}

このモンテカルロ法は、システム信頼度に関する既知量がある場合、これを利用して分散を減少させ、求める数値の精度を向上させる方法である。具体的には、信頼度の上・下限値を利用して、限定サンプリングを行う。(3)の直接法での作業に、上・下限値のためのバス、カットの選定(作業は(1)(2)と共通する)及び段階的な限定サンプリング領域設定のため、各段階での構造関数の設定が必要となる。

3. 仮想のネットワークでのケーススタディ

図-1に示す 4×4 , 5×5 ネットワークでの対角

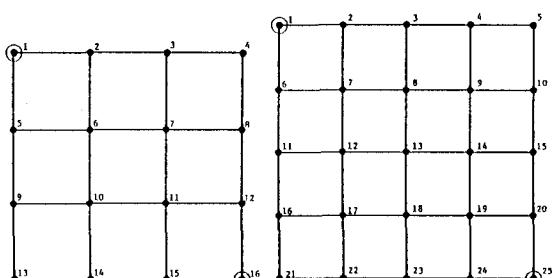


図-1 4×4のネットワーク (16ノード24リンク)

図-2 5×5のネットワーク (25ノード40リンク)

線ノードペアを対象に比較を行った。リンク信頼度を一定値(0.9,0.5)及び乱数で与えた。結果の一部を表-1,2に示す。

ブール演算法では、上・下限値のためのミニマルバス、カット選択が重要であるが、ここでは簡便のために、各ネットワークに対し、それぞれ10本、13本を選択した。比較の基準となる厳密値は、事象空間法で求めた。厳密値は、 4×4 ネットワークでは計算可能であったが計算時間は膨大であり、 5×5 では不可能となった。そのため、 5×5 及び乱数発生によるケーススタディでは分散減少法による値を代用とし、これを基準値と呼んでいる。

得られた近似値は、モンテカルロ法、交点法、ブール演算法の順で精度がよい。モンテカルロ法は、計算結果も安定しており精度も良いが、単なる連結信頼性が評価される（ジグザグの経路や大回りの経路もカウントされる）のみであり、現実的な選択経路が明示的に考慮できないという欠点がある。また、ケース間比較では試行をその都度やり直さねばならない。これに対し、交点法では、現実的な経路や交通断面に基づいた記述が行えることが大きな特徴くなっている。精度はモンテカルロ法には劣るが、道

路網の整備水準指標の精度としては、この程度で十分であろうと考えられる。また、道路整備のための代替案比較にも有用であると考えられ、道路網の信頼性解析に適用する際には、優れている点が多い。

次に計算時間の面から各手法を比較する。ブール演算法は、選択するバス、カット数を増加させると厳密値により近い上・下限値を得ることができるが、計算時間が指数的に増加する性質がある。バス・カット数を抑えれば計算時間は少なくてすむが、良好な上・下限値を得にくい。計算例では、上・下限値の幅が大きくなっているが、これはバス、カットの選択数が少ないとによるものである。交点法は、バス、カットを追加的に式(4),(5)に代入するだけによく、両者の大小関係が逆転すれば交点が求められる。したがって、バス、カットが得られておれば、その後の計算時間は、ネットワーク規模にかかわらずほとんど無視できるほど小さい。モンテカルロ法の計算時間は、本計算例程度のネットワーク規模ならば十分実用性のあるものである。しかし本報告では触れていないが、ネットワーク規模が拡大すると急増する性質が見出され、大規模ネットワークを対象とした場合の実用性が課題として残されている。

表-1 リンク信頼度一律の場合の計算結果

リンク 信頼 度	厳密値	ブール演算法				交点法		モンテカルロ法 (直接法)	モンテカルロ法 (分減法)
		上限値 (誤差)	下限値 (誤差)	上・下限 値の幅	平均値 (誤差)	推定値 (誤差)	交点 位置	推定値 (誤差)	推定値 (誤差)
4×4 ネット ワーク	0.9	0.97505 (+0.00114)	0.97619 (+0.002486)	0.95039 (-0.02486)	0.02580 (-0.01176)	0.96329 (+0.00212)	0.97717 (+0.00225)	5 (+0.00265)	0.97770 (+0.00037)
	0.5	0.19844 (+0.14032)	0.33876 (-0.08454)	0.11390 (-0.08454)	0.22486 (+0.02789)	0.22633 (-0.00112)	0.19732 (-0.00112)	14 (-0.00674)	0.19170 (-0.00026)
5×5 ネット ワーク	0.9	-----	0.97585 (+0.00078)	0.95647 (-0.01870)	0.01948 (-0.00896)	0.98621 (+0.00095)	0.97612 (+0.00213)	7 (-0.00244)	0.97730 (-0.00213)
	0.5	-----	0.30981 (+0.15825)	0.04386 (-0.10770)	0.26595 (+0.02527)	0.17683 (-0.03709)	0.11447 (-0.03709)	32 (+0.00244)	0.15400 (-0.00244)

※ 5×5 のネットワークでの誤差は、厳密値が求められないためモンテカルロ法（分散減少法）による推定値を基準値とした。

表-2 亂数パターン1~30の計算結果（平均値）

		ブール演算法				交点法		モンテカルロ法 (直接法)	モンテカルロ法 (分減法)
		上限値と 基準値との 差	下限値と 基準値との 差	上限値 下限値 の幅	平均値と 基準値との 差	推定値と 基準値との 差	交点 位置	推定値と 基準値との 差	
	4×4 ネットワーク	0.02497	-0.06650	0.09147	-0.02076	0.02616	6.2	0.00005	基準値
	5×5 ネットワーク	0.02112	-0.14070	0.16182	-0.05979	0.01191	9.1	0.00051	基準値

※ 値はいずれも平均値。厳密値の代わりにモンテカルロ法（分散減少法）による推定値を基準値としている。

参考文献 1)飯田・若林：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法、土木学会論文集（投稿中）。

2)飯田・若林・吉木：ミニマルバス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法、交通工学、Vol.23, No.4, 1988.

3)H.Kumamoto et al.: Efficient Evaluation of System Reliability by Monte Carlo Method, IEEE Trans.on Reliability, Vol.R-26, No.5, 1977.

4)福島・飯田・若林：交通ネットワークの信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用についての考え方、第42回年次学術講演会概要集、1988.