Ⅳ-101 需要変動・非対称リンクコストを考慮した確率的利用者均衡とシステム最適との関係

東京大学　学生会員　冉　斌
東京大学　学生会員　赤松　隆

1．はじめに

混雑のある交通ネットワークにおいては，利用者個々の最適化行動の均衡状態は，システムの最適化状態と一致しない．このことは，Bresseのパラドクスに典型的に見られるように，利用者の行動を把握せずにネットワークの「改善」をはかると，全体としての最適化につながらないという現象を生むことになる．この問題に対する一つの答えとして混雑料金の理論がある．これについて，赤松・桑原は，従来の決定論的理論を，より現実に近いと思われる確率的利用者均衡（ＳＵＥ）条件の場合に拡張したが，需要が固定された場合を扱っており，混雑料金制の考え方の完全な一般化とは言い難い．そこで，本稿では (1)需要変化を考慮した場合のＳＵＥとＳＯを一致させるための条件，(2)相互作用のある（非対称ヤコビアンを持つ）リンクコスト関数のもとでのＳＵＥとＳＯを一致させるための条件，について考察した結果を簡単に報告する．

2．需要変化を考慮した場合のＳＵＥとＳＯの関係

2．1．需要変化を考慮した場合のＳＵＥ等価最適化問題

目的地選択を上位ツリーに持ち，経路選択を下位ツリーに持つネスティッドロジット（ＮＬ）モデルを仮定した場合の需要変化型ＳＵＥは，次の最適化問題と等価である．

$$\min. z(x,q)=\sum_a\int_0^{x_a} t_a(w)dw + \frac{1}{\theta 1}\sum_{rs}\sum_k f_k^{rs}\ln(f_k^{rs}/q_{rs}) + \frac{1}{\theta 2}\sum_{rs} q_{rs}\ln(q_{rs}/o_r) \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\text{s.t.}\ \Delta f=x,\ \sum_k f_k=q_{rs},\ \sum_{rs} q_{rs}=o_r(=\text{const.}) \quad \cdots\cdots(2)$$

$$f_k \geqq 0,\ q_{rs}\geqq 0 \quad \text{for}\quad k,r,s$$

ここで，ｘ：リンク交通量ベクトル，ｆ：経路交通量ベクトル，ｑ：ＯＤ交通量ベクトル
ｔ：リンクコストベクトル，Δ：経路・リンクINCIDENCE行列，$\theta 1,\theta 2$：分散パラメータ

2．2．最適混雑料金

ランダム効用理論と整合性のある需要関数を内生化したモデルであれば，需要が変動する場合においても固定需要の場合と同様の結果が得られる．すなわち，期待最小経路費用と限界経路所要時間とが一致するような経路料金が設定されれば，ＳＵＥフローは所要時間に関するＳＯフローパターンと一致する．そして，ＮＬモデルの場合の最適（経路）混雑料金ベクトルｅは，明示的に次の形で示される．

$$e_k^{rs}=-(1/\theta_1)\ln P_k^{rs\circ}+\hat{c}_k^{rs\circ}-c_k^{rs\circ} \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで，$P^\circ,\hat{c}^\circ,c^\circ$ はＳＯフローパターンでの経路選択確率，限界経路所要時間，経路所要時間．

3．非対称リンクコスト関数のもとでのＳＵＥとＳＯの関係

3．1．ＳＵＥとＳＯフローを一致させる問題の定式化

この場合，式(1)の最適化問題はＳＵＥと等価にならず，次の非線形連立方程式問題を解くことになる．

$$f_k^{rs}=q_{rs}\exp(-\theta c_k^{rs})/\sum\exp(-\theta c_m^{rs}) \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\Delta f=x,\quad c={}^{T}\Delta t+e \quad \cdots\cdots(5),(6)$$

ここで，ｘ：リンク交通量ベクトル，ｆ：経路交通量ベクトル，ｑ：ＯＤ交通量ベクトル，
ｃ：経路所要費用ベクトル，ｅ：経路料金ベクトル，ｔ：リンク所要時間ベクトル

3．2．最適混雑料金

ランダム効用理論と整合性のあるモデルで，かつ，リンクコスト関数が単調であれば式(4),(5),(6) は

解が存在し，上記結果と全く同様の結果が得られる．

3．3．分岐現象

リンクコスト関数が単調関数でない（リンクコストヤコビアンが正定値にならない＝リンク間の相互作用が強い）場合，複数の均衡解が生じることが知られている．この状況をFIG.1 のような簡単な２モード均衡問題でＳＯ，ＳＵＥそれぞれについて示したのがFIG.2,3 である．

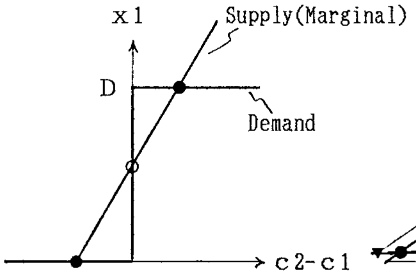

FIG.2 SO の複数均衡解

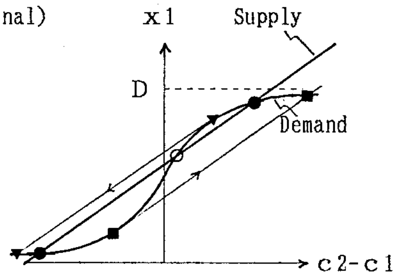

FIG.3 SUEの複数均衡解

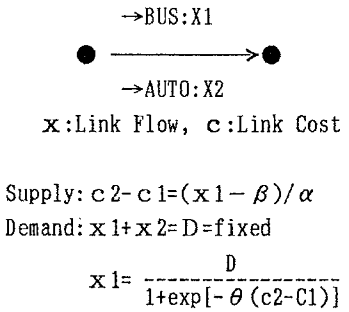

FIG.1 例題ネットワーク

$\alpha \geqq D\theta/4$（この場合リンクコストヤコビアンは正定値にならない）について，均衡解をリンクコスト関数のパラメータβとの関連で示すとFIG.4 の様になる．これは，ＳＵＥは$\beta 1 \leqq \beta \leqq \beta 2$において２つの安定解と１つの不安定解をもっており，βを上げていく（バスの「料金」を上げてゆく）場合には$\beta 1$で，逆にβを下げていく（バスの「料金」を下げてゆく）場合には$\beta 2$において需要のジャンプ現象が起こることを示している．同様に需要側のパラメータθを変えると均衡解の様子は FIG.5 の様になる．

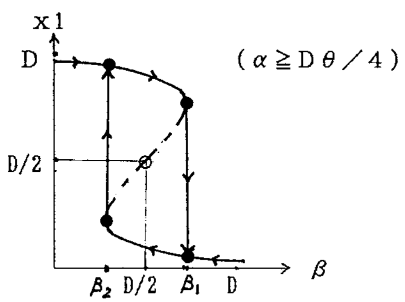

FIG.4 均衡解とβの関係

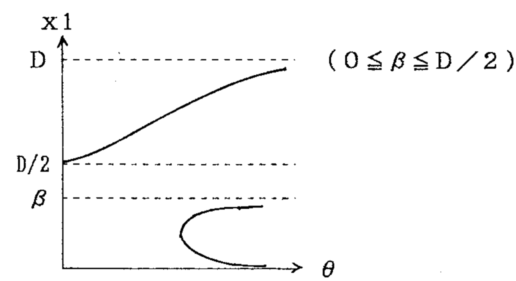

FIG.5 均衡解とθの関係

4．まとめと今後の課題

２節は，混雑料金理論そのものに対する一考察結果であるが，今後は，この発展として，費用便益分析に（理論的に整合性のある形で）交通ネットワークモデルをとりこむこととの関連で，研究を発展させてゆきたい．３節で示した複数均衡解の問題は，均衡の安定性について研究が必要性であることの一例であるが，このためには，均衡の動的過程に関する研究が必要であると思われる．また，分岐（ジャンプ）現象の問題からは，均衡モデルの（交通均衡モデルに限らず，例えば土地利用均衡モデル等においても）感度分析においては，十分な考察と検討が必要であると言える．

交通均衡理論を実際問題へ適用する際に重要な，モデルの入力変数・パラメータに関する感度分析についての研究は少なく，まだ十分とは言い難い．本稿で報告したことは，リンクコストの変化に対する均衡フロー感度分析の特別な場合とみなすことができるが，今後，感度分析としての理論の一般化を進めて行きたい．

参考文献

赤松・桑原，確率的利用者均衡条件下での最適混雑料金，土木学会論文集，No.389,pp.121-129，1988.