

III-415 境界要素法による3次元非定常浸透流解析

建設省土木研究所 久楽勝行 吉岡 淳

○青山憲明 竹内辰典

1. はじめに

土層構成の3次元的に変化する地盤での地下水や浸透水の流れは、大変複雑な挙動を示す。そこで、著者らは、3次元解析においてデータ入力方式などに優れている境界要素法による3次元浸透流解析プログラムを開発し、河川堤防や地下構造物等の3次元的な地下水や浸透水の挙動について解析を行っている。別報¹⁾では、境界要素法による定常浸透流解析手法ならびに解析の事例について報告を行ったが、さらに、非定常計算ができるように機能を拡張し、その適用性について検討を加えたので、ここに報告する。

2. 境界要素法による3次元非定常浸透流解析プログラムの概要

飽和領域を対象とした非定常浸透流の基本方程式は、ダルシーの法則を用いれば(1)式で表される。

$$S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \cdots (1)$$

ここで、 ϕ ：水頭、 S_s ：貯留係数、 k_x, k_y, k_z ： x, y, z 方向の透水係数である。

本解析プログラムの非定常計算においては、時間差分法を用いて解析を行うこととした。この方法は、時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ にかけて水頭が直線的に変化すると仮定して、(1)式の時間微分項を微小時間 Δt に関する差分で近似するものである。次に、積分方程式の導入方法を示す。支配方程式に重み付き残差法を適用して部分積分を繰り返すと、(2)式に示すような時刻 $t + \Delta t$ における積分方程式が得られる。

$$c \phi_{t+\Delta t} + \int_V \phi_{t+\Delta t} q^*_{t+\Delta t} dV = \int_V q_{t+\Delta t} \phi^*_{t+\Delta t} dV + \frac{S_s}{\Delta t} \int_V \phi_t \phi^*_{t+\Delta t} dV \cdots (2)$$

(2)式を離散化するにあたって、右辺の体積積分項を計算する必要があり、今回開発した解析プログラムでは、この体積積分を有限要素法で用いる立体要素で内部領域を構成し、内部補間で積分する手法を用いた。

一方、自由水面を有する問題の場合には、有効間隙率 $\beta \gg$ 貯留係数 S_s であるため、非定常性は自由水面の上昇、下降によってのみ生じるとみなしてよい。そこで、自由水面上での節点の流速が微小時間 Δt の間にそのまま保たれているものとする、自由水面付近の流量の連続の式は、次式で与えられる。

$$\beta \frac{\partial \phi}{\partial t} = V_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + V_y \frac{\partial \phi}{\partial y} + V_z \cdots (3)$$

ここで、 β ：有効間隙率、 V_x, V_y, V_z ： x, y, z 方向の流速で、したがって、(3)式を用いれば、(2)式の体積積分項の計算を行わずに、時間間隔 Δt における自由水面の変動量を計算すること

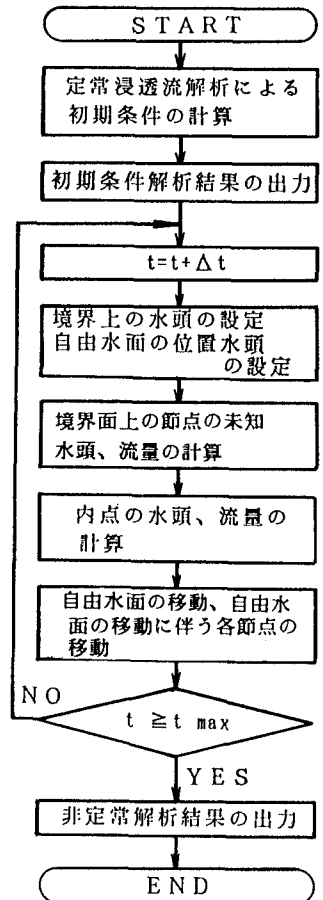


図-1 境界要素法による非定常浸透流解析のフローチャート（自由水面を有する場合）

ができる。本解析プログラムにおいても自由水面を有する問題に対しては、体積積分を行うための領域内部の要素分割の必要がなく、定常解析と同様に境界要素法の特徴であるデータ入力の省力化が可能となっている。また、自由水面を有する解析のフローチャートを図-1に示す。

3. 非定常浸透流解析例

今回開発したプログラムを検討するために、図-2に示す簡単なモデルで浸透流解析を行った。解析は、自由水面を有する浸透流モデルで行い、上流側の水頭を1時間で

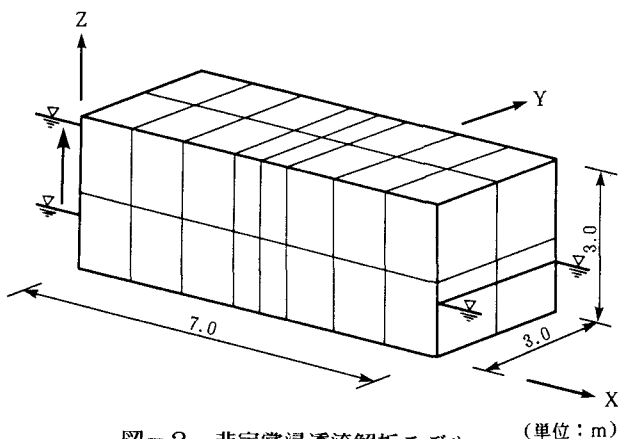
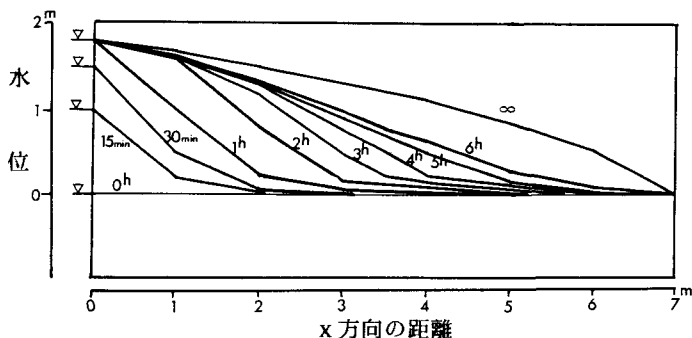


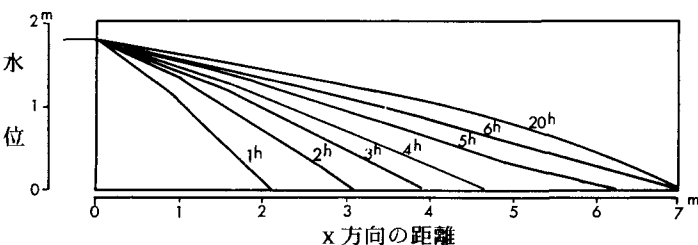
図-2 非定常浸透流解析モデル

(単位: m)

で1.8 m上昇させた場合の自由水面の変動を解析した。領域内の透水係数はx、y方向に対し $8.0 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、z方向に対し $4.0 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ とし、有効間隙率は42%とした。図-3は、経時的な水位変化について、境界要素法（本解析プログラムによる）と2次元の有限要素法（飽和-不飽和浸透流解析による²⁾）とのそれぞれの解析結果を示したものである。これより、境界要素法の水面は、有限要素法の水面より若干上昇の遅れがみられるものの、全体としては双方ともよく適合している。したがって、本解析プログラムは、3次元の非定常浸透流解析問題に十分適用できるものと考えられる。



(a) 境界要素法の場合



(b) 有限要素法（飽和-不飽和浸透流解析）の場合

図-3 解析結果（自由水面の経時変化）

4. まとめ

以上のことをまとめると、次のことが言える。

- ① 非定常計算において、被圧地下水等の解析では非定常のために領域内部の分割による体積積分が必要であるが、自由水面を有する解析ならば境界だけの要素分割で済み、境界要素法の特徴が十分発揮される。
- ② 単純な3次元モデルで解析した結果、非定常の浸透流の挙動をかなり把握できることが確認された。今後は、さらにプログラムの適用性及びその精度などを確認していきたいと考えている。

- 参考文献 1) 久楽、吉岡、青山：境界要素法による3次元浸透流解析、第22回土質工学研究発表会、1987、pp.1585-1586
- 2) 久楽、丹羽、石塚：降雨時の盛土内の飽和ないし不飽和浸透流の解析、土木技術資料 Vol.25、No.12、1983、pp.2-27