III-413　数値解析による二次元・三次元カップリング浸透流解析手法の開発

岡山大学工学部　正会員　西垣　誠
岡山大学工学部　正会員　河野伊一郎
清水建設（株）　正会員　白石知成

1．はじめに

近年、土木建築工事の大型化にともない、地下水位の高いわが国では地下水の挙動を把握する方法として、数値解析による浸透解析手法が重視されてきている。今日、有限要素法等による解析手法が有効に利用されているが、二次元解析では、三次元場に存在する実際地盤に対して種々の仮定条件、制約条件があり、三次元解析では、計算機の容量、演算時間、また膨大な入力データ量等の問題があることも衆知のとおりである。

本研究では、従来の手法をそのまま用い、それらの問題点を克服すべく、浸透の分野では新しい試みである二次元および三次元の結合解析手法の開発を行った。また、本解析手法の妥当性について検証を行った結果、有効な解析手法であることが判明した。

2．定式化

本解析手法では、二次元領域および三次元領域では従来の手法をそのまま用いている。それぞれ浸透の基礎方程式を有限要素法により定式化すると、次のように表せる。

三次元：

$$A^{(3)}_{nm} h^{(3)}_{m} + F^{(3)}_{nm} \frac{\partial h^{(3)}_{m}}{\partial t} = Q^{(3)}_{n} - D^{(3)}_{n} \quad \text{-----} \quad (1)$$

二次元：

$$A^{(2)}_{nm} h^{(2)}_{m} + F^{(2)}_{nm} \frac{\partial h^{(2)}_{m}}{\partial t} = Q^{(2)}_{n} - D^{(2)}_{n} \quad \text{-----} \quad (2)$$

ここで、hは各節点の全水頭の値、tは時間、A，F，Q，Dはそれぞれ係数マトリックスおよびベクトルを表し、二次元および三次元において、それぞれ別々に求められる。

次にこれらを結合するための条件であるが、二次元および三次元領域の境界部を図-1に示す。図中の黒丸および白丸は二次元および三次元領域の節点を表し、$P^{(2)}_{i}$および$P^{(3)}_{ji}$（i=1,l, j=1,k）を本解析手法における結合節点と呼ぶ。これら結合節点は、同一ＸＹ座標上に二次元側に１個、三次元側にｋ個存在する節点群を１グループと考え、このような結合節点グループが境界にそってℓグループあると仮定している。よって、本解析手法における結合条件式を表すと、次のようになる。

$$h^{(2)}_{i} = h^{(3)}_{ji} \quad (i=1,l,\ j=1,k) \quad \text{---------} \quad (3) \qquad Q^{(2)}_{i} + \sum_{j=1}^{k} Q^{(3)}_{ji} = 0 \quad (i=1,l) \quad \text{------------} \quad (4)$$

ここで、$h^{(2)}_{i}$、$Q^{(2)}_{i}$および$h^{(3)}_{ji}$、$Q^{(3)}_{ji}$はそれぞれ節点$P^{(2)}_{i}$,$P^{(3)}_{ji}$における全水頭と流出入流量である。すなわち、１つの結合節点グループにおいて、グループ内の節点の全水頭はすべて一致し、二次元側と三次元側において、流量の連続性が成り立つことを示している。このことから、本解析手法の要素分割においては、三次元領域の範囲を (3)式を満足させる様にする必要がある。

今、 (4)式の$Q^{(3)}_{ji}$を (2)式を用いて表すと、 (4)式は次のように変形できる。

$$\sum_{j=1}^{k} \left[A^{(3)}_{jim} h^{(3)}_{m} + F^{(3)}_{jim} \frac{\partial h^{(3)}_{m}}{\partial t} + D^{(3)}_{ji} + Q^{(2)}_{i} = 0 \quad (i=1,l) \quad \text{---------------------} \quad (5)$$

よって、 (1),(2),(3),(5)式を用いて解を求める訳であるが、これらはある特定の時間状態に対して定式化したものであり、時間項を取り扱う場合には問題を適当な漸化式に書き下し、逐次計算を行うと全時間にわたる解が得られる。なお、本解析手法では (5)式の$Q^{(2)}_{i}$(i=1,l)も未知量と考え、４つの式を１度に連立方程式として解くことにした。最終的なマトリックス式を図-2に示す。これは、三次元節点数がM、二次元節点数がN、結合節点グループがℓの場合のマトリックス式の概念図である。ａブロックが (1)式、ｂブロックが (2)式、ｃブロックが (5)式からそれぞれ得られるマトリックスであり、ｂブロックの－１は１つの結

合節点グループにおける二次元側の結合節点での流量$Q_i^{(2)}$に対する係数であり、ｃブロックの　１も(5)式の$Q_i^{(2)}$に対する係数である。これは$Q_i^{(2)}$を未知量と考えていることによる。図-2からもわかるように、本解析手法による係数マトリックスは非対称形となり、従来の半バンドマトリックスによる消去法は適用できない。よって今回本研究では、マトリックスを対称化して反復法の一種であるＰＣＧ法を適用した。[1)]

３．モデル解析による解析手法の妥当性の検証

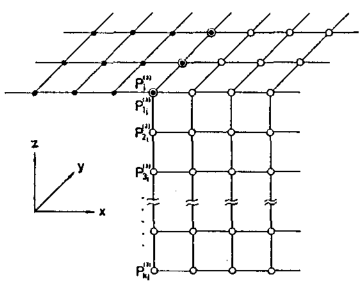
本解析手法の妥当性を検証するため、従来の二次元および三次元解析との比較を行った。結合解析、二次元解析および三次元解析に用いたモデル図をそれぞれ図-3,4,5に示す。矢板を用いた掘削問題を対象としており、b=10m,透水係数$k=1.0\times10^{-4}$cm/s,比貯留係数 $S_s=1.0\times10^{-6}$cm^{-1},有効間隙率$n_e=0.4$の均質な地盤として、被圧および不圧帯水層と考えた場合の三者の定常解析結果をそれぞれ図-6,7に示す。三者はそれぞれ非常によく一致しており、本解析手法は妥当であると考えられる。

４．あとがき

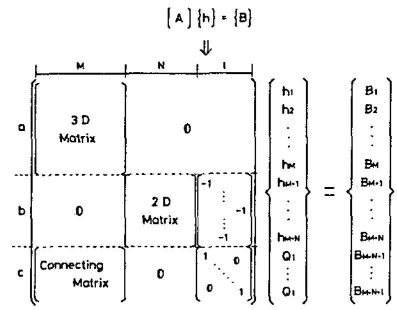
モデル解析の結果から、本解析手法の妥当性を検証した。三次元解析と比較すると、計算機のMemoryは減少した。しかし、問題によってはCPU-Timeが増えるという結果を得た。この原因として、非対称行列の解法において時間がかかるためである。今後CPU-Timeを減らすために、解法の改良又は開発を行うことが本解析手法の課題であると思われる。

参考文献

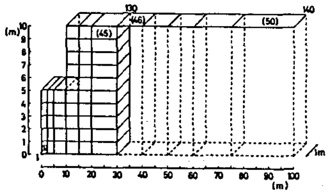
1)　西垣　誠、白石知成、河野伊一郎：有限要素法による飽和一不飽和領域内の三次元浸透解析の改良：第22回土質工学研究発表講演集、昭和62年、PP.1581-1582.



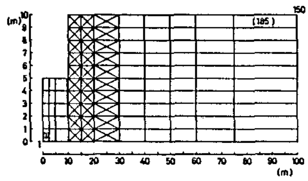
図－１　結合節点の取り扱い



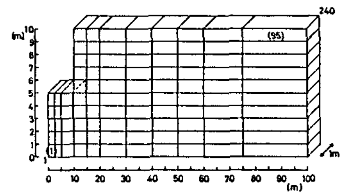
図－２　方程式のマトリックス表示



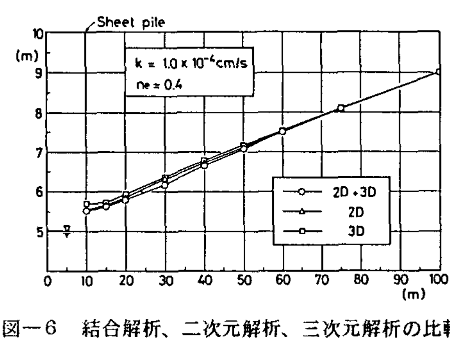
図－３　結合解析モデル



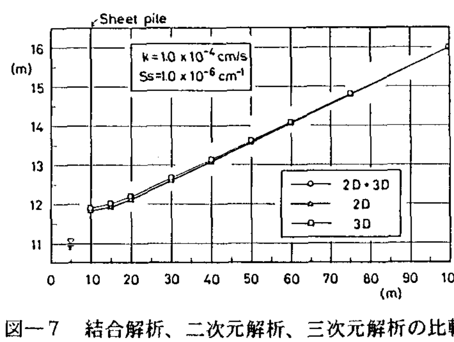
図－４　二次元解析モデル



図－５　三次元解析モデル



図－６　結合解析、二次元解析、三次元解析の比較



図－７　結合解析、二次元解析、三次元解析の比較
（被圧帯水層）