

III-326

拡張カルマン・フィルターによる土質定数の空間分布推定

清水建設(株) 大崎研究室 正員 ○ 鈴木 誠
同 上 正員 石井 清

1. まえがき

マクロ的に均質と見なせる地盤においても、土質定数は空間的に分布しており、これが不等沈下の1つの原因になると考えられる。土質定数の空間分布を確率論でとらえる場合には、場を確率過程として、一般には平均値、分散値および相関モデルの3つにより与えられる確率特性を満足する母集団を考える¹⁾。しかし、サイトが定まり土質調査が行われている場合には、解析の対象とする地盤モデルはもはや母集団ではなく、サンプル過程(母集団からの1つの標本)であると考えの方が自然である。本研究では、土質定数の空間分布をサンプル過程と仮定して、沈下量や側方変位の観測値が得られたときに土質定数の空間分布を推定する方法を検討した。提案する方法は、沈下量を求めるために2次元線形有限要素法を用いており、土質定数の推定法(逆解析)に拡張カルマン・フィルター²⁾を用いている。

2. 解析方法

拡張カルマン・フィルターは、観測方程式とシステム状態方程式で構成される。今回の場合には、観測方程式が非線形となり、収束計算が必要となるため拡張カルマン・フィルターを用いている。観測方程式は、変位と荷重との関係を表す剛性方程式に、正規白色性の観測雑音 $\mathbf{v}_t$ を考える。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{x}_t) \mathbf{f} + \mathbf{v}_t \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ は剛性マトリックスで、土質定数である状態量ベクトル $\mathbf{x}_t$ の関数である。また、 $\mathbf{f}$ は荷重ベクトル、 $\mathbf{y}_t$ は観測ベクトルである。添字 t は収束計算の繰り返しステップを示す。システム状態方程式は、土質定数である状態量ベクトル $\mathbf{x}_t$ が変化しないことから、状態遷移マトリックスを単位マトリックス $\mathbf{I}$ とし、誤差は混入しないものと考えて次式のように表す。

$$\mathbf{x}_{t+1/t} = \mathbf{I} \mathbf{x}_{t/t} \quad (2)$$

ここで、添字 t/t は t ステップの観測値で推定した t ステップの状態を示す。また、カルマン・フィルターによる推定値は次式で与えられる。

$$\mathbf{x}_{t+1/t}^* = \mathbf{x}_{t/t}^*, \quad \mathbf{x}_{t/t}^* = \mathbf{x}_{t/t-1}^* + \mathbf{K}_t \{\mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t(\mathbf{x}_{t/t-1}^*)\} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{h}_t(\mathbf{x}_t)$ は式(1)の右辺第1項であり、 $\mathbf{K}_t$ はカルマン・ゲインと呼ばれるマトリックスである。さらに、カルマン・ゲインを決めるためには、推定誤差共分散マトリックス $\mathbf{P}$ が必要になり、本研究では土質定数の自己共分散関数より得られる共分散マトリックスを初期値に用いている。

土質定数を単一の未知数として、適当な土質定数の初期値を与え、カルマンフィルター有限要素法³⁾により観測値を入力してトレンド成分と見なせる値を推定し、これを状態量ベクトル $\mathbf{x}_t$ の初期値とする。この状態では未知数より観測値の数が多いため、初期値が一意的に決まる。次に、土質定数の自己共分散関数をもとに、要素の分散や要素間の共分散を要素の大きさを考慮して得られる共分散マトリックスを $\mathbf{P}$ の初期値とする。

従来では確定的に経験より求めていたカルマンフィルターの推定誤差共分散マトリックス $\mathbf{P}$ の初期値を、確率論より確率過程の共分散として求め、これにより土質定数の空間分布を推定するところが、本推定法の1つの特徴になっている。

3. 解析結果

解析モデルは、深さ6m、幅24mの地盤を図-1に示すように168個の三角形要素に分割した。図中の●印は沈下量を観測する点で、▲印は側方変位を観測する点であり、式(1)の $\mathbf{y}_t$ の値となるものである。推定にあたり地盤の弾性定数は、次に示す統計量をもつ正規確率過程に従うものと仮定した。平均値を500tf/m²、変動係数を0.3として、自己相関係数を水平方向は鉛直方向に比べて強い相関性を有するモデルとして、以下に示される

式に従うものとした(推定誤差共分散マトリックス P の初期値は式(4)から計算される)。

$$\rho(\Delta x, \Delta y) = \exp[-\{(\Delta x/5.0)^2 + (\Delta y/1.0)^2\}] \quad (4)$$

解析条件として、平面ひずみ条件を仮定して、荷重として図に示されるような単位体積重量 $\gamma=1.85\text{tf/m}^3$ の盛土を想定した。シミュレーションにより弾性定数の空間分布を1つ発生させ、要素ごとに局所平均をとったもののコンター図を図-2に示す。このコンターは、要素重心に弾性定数を与えて描いたものである。図-2が推定しようとする土質定数の空間分布である。

解析の結果得られた弾性定数の推定値を図-3に、推定誤差の平方根を図-4に示す。図-3より地盤上部と側方変位の観測点の地盤下部にコンターが密になり、この部分での値が収束に寄与している。また、図-4より収束に大きく寄与している部分では、初期条件として与えた 150tf/m^2 よりかなり小さくなっていることがわかる。図-2と図-3との比較から、本推定法により全体的な傾向は十分にとらえられていることがわかる。また、鉛直方向に比べ水平方向に強い相関性を表しており、初期条件として与えた推定誤差共分散の相関係数が効果的に作用している。

本推定法を詳細に検討すると、観測点への感度の高い要素の土質定数が先に収束する傾向があり、観測点の取り方によって結果が変わることがわかった。しかし、現実的には注目したい場所を中心に観測するわけであるから、その観測点に対して強く影響する土質定数は十分に小さい誤差で推定できるものと考えられる。

4. まとめ

土質定数の空間分布推定を行う場合、限られた情報量からすべての要素の土質定数を正確に求めることは不可能である。本手法のように得られた情報量に加えて、土質定数の確率統計的な特性を付加することにより、その推定値の不確定性をより小さくすることが可能である。

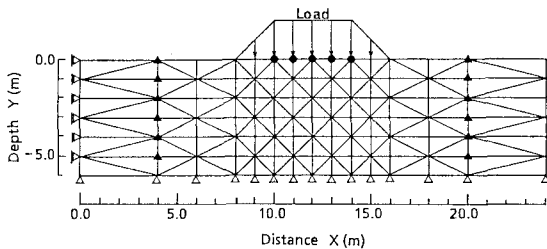


図-1 解析モデル

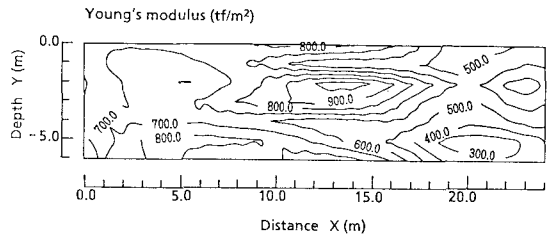


図-2 弾性定数の空間分布

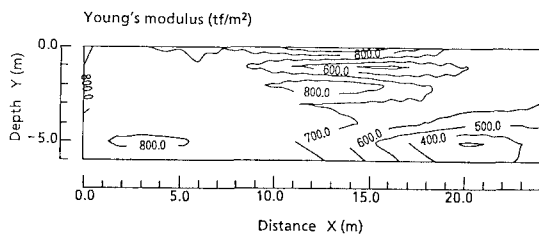


図-3 カルマン・フィルタによる推定値

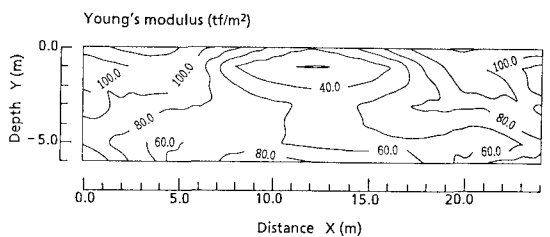


図-4 カルマン・フィルタによる推定誤差の平方根

参考文献

- 1) 鈴木 誠・石井 清: 地盤工学への確率有限要素法の適用, JCOSSOR, 1987.
- 2) 片山 徹: 応用カルマン・フィルタ, 朝倉書店, 1983.
- 3) 村上 章・長谷川 高士: Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測節点配置, 土木学会論文集, 第388号/III-8, 1987.