III-323　空間的に分布する土質データの内挿法に関する基礎的研究（２次統計量の推定について）

竹中技術研究所　正員 ○本 城 勇 介
日本大学理工学部　正員　長 尾 義 三
（株）竹中土木　正員　坂 口 修 司

１．まえがき：　近年の電気的な計測技術の急速な進歩などにより、地盤工学の分野においてもデータ量が飛躍的に増大しており、これに対処するためのデータ処理技術の開発が要請されている。筆者らは、土質データが空間的な分布をすることに着目し、特に敷地内の幾つかの点で観測された沈下データを統計的な方法により内挿し不同沈下量を推定する方法について研究を行っている。　この方法はＢＬＵＥと呼ばれるが、この方法を用いるとき２次の統計量（自己相関関数など）を正確に推定することが重要である事を指摘した。本研究では、提案されている２次統計量の推定に関する２，３の方法についてモンテカルロ法により生成されたデータおよび実データを用いて検討したので、その結果を報告するものである。

２．２次統計量の推定法：Matheronは、現在鉱山関係の分野で普及している、Geostatisticsと呼ばる空間的に分布する確率変量の取扱に関する理論を提案したとき、２次統計量の指標としてVeriogramと呼ばれる次の関数を定義した：

$$\gamma(\Delta x) = 1/2\ E[\ \{\ Z(x) - Z(x+\Delta x)\}^2]$$

Variogramは確率過程が定常でなくてもその増分が定常であれば存在すると言う意味において自己相関関数より普遍的な２次統計量である。確率過程が定常であるときVariogramと自己相関関数の間には次の関係が成り立つ：

$$\gamma(\Delta x) = C(0) - C(\Delta x)$$

Variogramを推定する方法はいくつか提案されている。特に土質データでは、(i)それが空間的に分布すること、(ii)一般にデータ数が少ないこと、などが問題となる。本研究では、次に挙げる３つの方法によりVariogramの推定を行い、比較検討した。

(i)Matheronの方法：

$$2\gamma(\Delta x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ \{\ z(x_i-\Delta x) - z(x_i)\ \}^2 \quad \text{(Matheron)}$$

最も単純明解なものである。これは不偏推定量であるが、｛・｝　の項を含むため、outlierが存在するとき推定が極端に不安定になることが知られている。

(ii)CressieとHawkinsの方法（ＣＨ１およびＣＨ２）：　$Z(x+\Delta x)-Z(x)$　が歪度0.08、尖度2.48（正規分布のそれらは0.0および3.0）の比較的対称な分布に従うことに基づき、Cressieらは次の２つの推定式を提案した。これらはMatheronの方法に比べよりロバストな方法であると考えられている。：

$$2\gamma(\Delta x) = [\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ |\ z(x_i-\Delta x) - z(x_i)\ |^{1/2}]^4\ /\ (0.457+0.494N^{-1}) \quad \text{(CH1)}$$

$$2\gamma(\Delta x) = [\ \text{med}\ |\ z(x_i-\Delta x) - z(x_i)\ |^{1/2}]^4\ /\ (0.457+0.494N^{-1}) \quad \text{(CH2)}$$

３．モンテカルロ法データに基づく推定：　モンテカルロ法により既知の統計量を持つ平面上に分布したデータを生成し、これより前述の方法により統計量を推定し直すことにより、推定法の有効性、データ数の影響、サンプル間隔の影響、outlierの影響などを検討した。即ちVeriogramを $\gamma(\Delta z)=20.0\{1.0-\exp(\Delta z/A)\}$ とし、定常正規確率過程としてデータを正方形のメッシュ状に16,25,49,および100個生成し、これに基づいて推定を行った。またメッシュの間隔Bと自己相関距離Aの比B/Aを1/4,1/2,1/1,および2/1に設定しサンプル間隔が推定に与える影響を調べた。この数値実験より得られた主な結果は、(1)この場合３つの推定法の差はほとんど無かった。(2)このケースで見る限り、Variogramをある程度全体的に正確に推定するためには、B/Aを1/2以下、データ数を４９以上とする必要がある。またoutlierを作為的に混ぜたデータに基づいた推定では、ＣＨ１やＣＨ２のMatheronの方法に関する優位性が明確であった。

４．実データに基づく推定：　実データとしてここでは、造成地（図-1）内の４２個の点で観測された沈下量データ、および130mX260mの海岸埋立地内の敷地で地盤調査のために実施された２６本のボーリングよりえられた585個の埋め土のＮ値測定結果、以上２つの場合を取り上げ推定を行ってみた。

<u>（1）沈下量データの場合：</u>　図-1に各計測点で観測された沈下量のをそれぞれx方向およびy方向に30m幅の帯状に分け平均を取った値を示した。沈下量は明らかにx方向にトレンドを持っている。Variogramを、(i)トレンドを考慮せずに推定した場合と、(ii)図-1に示したトレンド成分を観測値より差し引きその残差について推定した場合の、２つの場合の結果を図-2に示した。(i)の場合VariogramはΔxが大きくなっても増加を続け、これはデータがトレンド成分を持つとき典型的に表れる現象である。(ii)の場合、Variogramはどの方法によってもほぼ同様に推定されており、明確なトレンドを持つデータはこれを取り除いた残差について解析を行うことが有効であることを示唆していると思われる。この場合、Variogram推定のためほぼ十分なデータ量があったと言えよう。また全てのVariogramがΔx=0のとき原点を通過することを示しているが、これは（2）のケースと比較するとき注意を要する点である。

<u>（2）N-値データの場合：</u>３次元的に分布するN-値のVariogramは鉛直方向と水平方向の２成分に次のように分解できると仮定する：

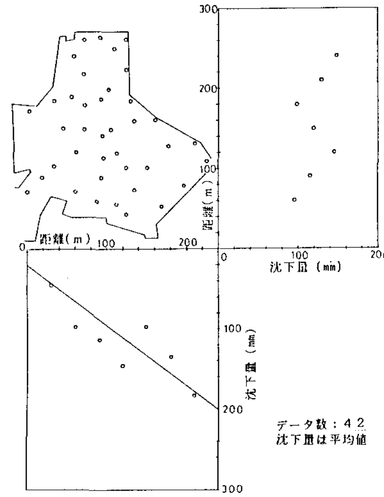
$$\gamma(\Delta x,\ \Delta z) = \sigma^2\{1.0-(1.0-\gamma_x(\Delta x)/\sigma^2)(1.0-\gamma_z(\Delta z)/\sigma^2)\}$$

ただし、$\gamma(0,\ 0) = \gamma_x(0) = \gamma_z(0) = \sigma^2$

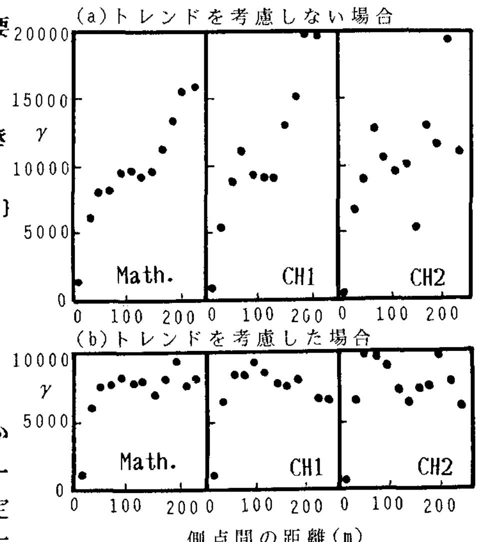
図-3に鉛直方向および水平方向のVariogramの推定結果を示した。推定されたVeriogramの第一の特徴は、これらが原点で大きなギャップを持つことである。これは金塊効果(nugget effect)と呼ばれる現象であり、N-値が測定間隔より短いスケールでも激しく変動している、あるいは測定誤差がかなり大きいことを示している。これは図-2で示した沈下データとは大きく異なる点であり、これらのデータの特徴、測定方法を考慮に入れればある程度理解できる結果である。一方、鉛直方向と水平方向の推定されたVariogramを比較すると、N-値は鉛直方向に比べ水平方向に遥かに長い相関性を有していることが分かる。これは土質データではしばしば見られることであり、地盤の生成の過程より理解される。

<u>５．むすび：</u>　空間的に分布する土質データの統計解析において、２次統計量の精度の良い推定は極めて重要な課題である。特にこの研究はデータのサンプリングの位置と量との関連で益々研究の望まれる分野であると思われる。最後に本研究実施に協力頂いた日本大学理工学部卒業生（現運輸省第２港湾建設局）、岡島達男君に謝意を表す。

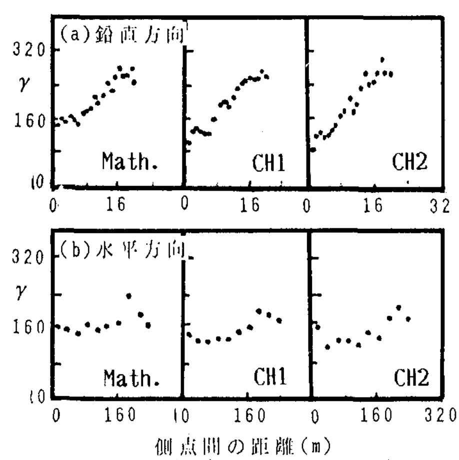
参考文献：(1)本城ほか(1987)地盤工学におけるﾘｽｸ評価ｼﾝﾎﾟｼﾞｭｳﾑ論文集,pp.21-28 (2)Russo et.al.(1987)Water Resources Research 23(7)pp.1257-1279　など



図－１　側点の分布と沈下量平均



図－２　沈下量データのVariogram



図－３　N－値データのVariogram