

|            |           |
|------------|-----------|
| (株)奥村組     | (正) ○今村 肇 |
| 豊田工業高等専門学校 | (正) 伊東 孝  |
| 名古屋大学工学部   | (正) 京谷 孝史 |
| 名古屋大学工学部   | (正) 市川 康明 |
| 名古屋大学工学部   | (正) 川本 脇万 |

### 1はじめに

有限要素法による解析は、対象が連続体であるということを前提としているため、支持力や斜面安定のような極限平衡状態における全体破壊の問題に対して、必ずしも十分な結果を与えていとは言えない。全体破壊を考える場合の有効な手段の一つは、変形局所化理論を弾塑性有限要素解析に適用し局所破壊と全体破壊を結びつけるものである。

そこで、本研究では、不連続面の幾何学的適合条件の物理的意味について考察する。これと応力ベクトルの連続条件から変形局所化条件式を導き、この条件式から決定される不連続面の方向について考察する。また、平板載荷実験を行い、その結果と形局所化の発生およびその後の挙動を考えた弾塑性有限要素解析との比較をする。

### 2 变形局所化理論

不連続面上において変位の勾配の不連続量を  $\llbracket v_{j,k} \rrbracket$  とすると、これは次の式を満足しなければならない。

$$\llbracket v_{j,k} \rrbracket = b_j \nu_k \quad (b_j: \text{任意ベクトル}) \quad (1)$$

ここに、 $\nu_k$  は不連続面の単位法線ベクトルである。導入したベクトル  $b_j$  について考えると、これはひずみベクトルに一致することがわかる。 $b_j$  の単位ベクトルを  $m_j$  (Fig. 1 参照) とすると、

- i)  $m \perp \varepsilon$ ; この場合、ひずみベクトル  $\varepsilon$  が不連続面に沿うせん断モードである。
- ii)  $m \parallel \varepsilon$ ; この場合、ひずみベクトル  $\varepsilon$  は不連続面に垂直な引張モードである。
- iii) 混合モード; 一般には、せん断モードと引張モードの混合モードである。

次に、式(1)と応力ベクトルの連続性より変形局所化の条件式を得る。

$$\det(\nu^T D^e \nu) = 0 \quad (2)$$

ここに、 $D^e$  はダイレクタンシー関数  $\beta$  を用いた非関連流れ則型弾塑性マトリックスである。このとき、式(2)を満足する実根  $\beta$  を求める。不連続面の方向については、Fig. 2, Fig. 3 に示す。これより、応力状態や材料の特性によって破壊進展の方向が異なることが判る。

$\alpha = \beta = 0$ ,  $R = 1$  ( $\sigma_1 = \sigma_3$ ) のときに限り  $\theta = 45^\circ$  となり最大せん断応力方向に破壊が進展することが判る。 $\alpha = \beta = 0$ ,  $R = 0$  のとき、 $\theta = 55^\circ$  であるが、このとき、Nada<sup>19</sup> は  $\theta = 54^\circ 44'$  を導いており、本研究で示した変形局所化理論が妥当な結論を与えることが判る。

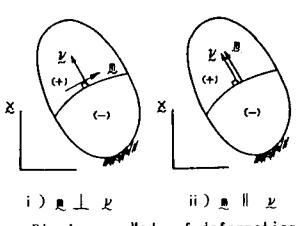


Fig. 1 Mode of deformation

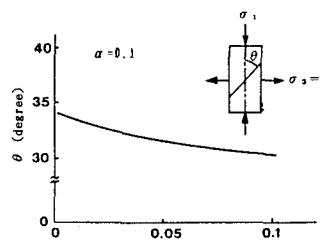


Fig. 2 Variation of the inclination of the plane with the variation of dilatancy parameter  $\beta$

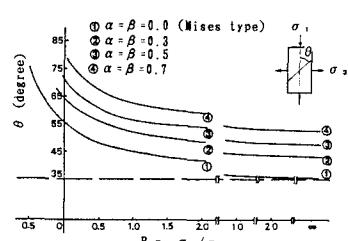


Fig. 3 Variation of the inclination of the localization plane with variation of stress ratio  $R$  for various values of the parameter  $\alpha$

### 3 变形局所化と有限要素解析

2で述べたように、変形局所化による不連続面の変形モードは単位ベクトルの組  $m$ 、 $\varepsilon$  によって表すことができる。

$$M_h^+(x) = \begin{cases} m_n \{ \nu_n \cdot (x - \xi_n) \}, & \nu_n \cdot (x - \xi_n) \geq 0 \quad \text{の場合} \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

$$M_h^-(x) = \begin{cases} -m_n \{ \nu_n \cdot (x - \xi_n) \}, & \nu_n \cdot (x - \xi_n) \leq 0 \quad \text{の場合} \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (3)$$

とすると、式(3)の関数の勾配の不連続量は、式(1)の不連続量に対応する。式(3)の記号をFig.4に示し、変形局所化後の近似した変位場をFig.5に示す。

#### 4 模型実験および数値解析

硫酸バリウム ( $\text{BaSO}_4$ )、酸化亜鉛 ( $\text{ZnO}$ )、白色ワセリンを配合した模型材料を締め固め平板載荷試験実験(Photo 1)を行った。その結果をFig.6, Photo 2に示す。3で述べた手法により有限要素法に変形局所化解析を導入し、平板載荷実験をシミュレーションした結果を

Fig.7に示す。ここに、図中の矢印は不連続面の単位法線ベクトルである。

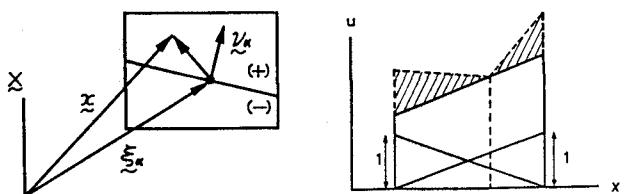


Fig.4 Geometrical illustration Fig.5 Shape function of a finite element  
of eq.(3) for the localized deformation analysis

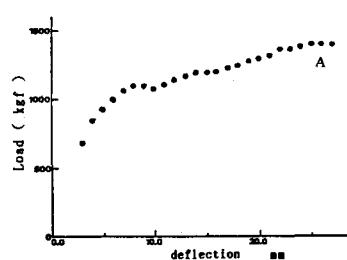


Fig.6 Load-deflection curve  
for a punching test

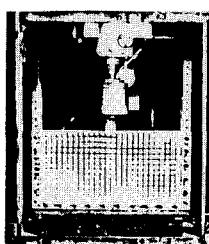


Photo 1  
Punching test system

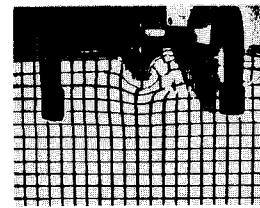


Photo 2  
Deformational states of tested  
sample at load level A

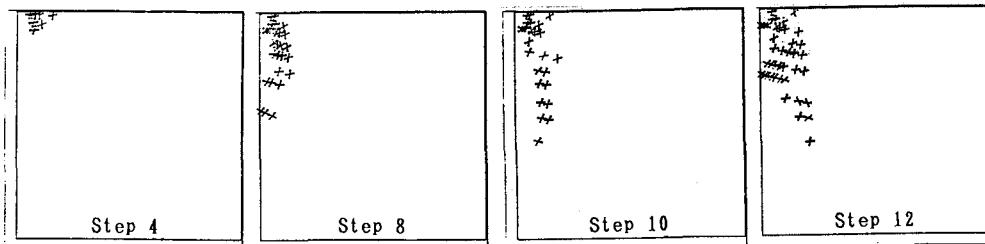


Fig.7 Propagation of deformation

#### 5 結論

- 1) 変形局所化条件式より決定される不連続面の方向は必ずしも最大せん断力の生じる面と一致するわけではない。
- 2) 変形局所化の影響を表現した有限要素解析を適用して、不連続面を表現することが可能であることがわかったが、今回提案した手法で軟化過程を含む最終耐荷力（支持力）を評価することはできていない。
- 3) 平板載荷実験において、すべり面の進展する様子が観察された。

#### 参考文献

- 1) Nadai.A. : Theory of Flow and Fracture of Solids, McGraw-Hill Book Company, Inc.  
pp.316-