

III-269

土のせん断試験における応力-ひずみ曲線の整理方法

(社)日建経 中央技術研究所 ○桜井 学

東 海 大 学 宇都 一馬 冬木 衛

飛島建設(株)技術研究所 長谷川昌弘 村上 清基 小野 洋

1. まえがき

筆者らは、従来から指数関数系の数学モデル $y = a[1 - \exp\{-(x/b)^m\}] + c$ (1)式(ワイブル分布曲線)、 $y = a \cdot \exp\{-(x/b)^m\} + c$ (2)式(コーシー分布曲線)を用いて、土質基礎に関する種々の試験結果の主観を入れない整理および評価を行っている。各種の土のせん断試験のうち、3軸圧縮試験(CD試験)結果から得られた軟化型の主応力差-軸ひずみ曲線、体積ひずみ-軸ひずみ曲線(以下では、 $\sigma - \varepsilon$ 曲線および $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線と表現する)に、(1)式と(2)式とを組み合わせた数学モデルを適用し、得られた回帰係数と側圧 σ_3 及び相対密度 D_r との関係について検討した結果について既に報告した。^{1) 2) 3) 4)}

今回の報告は、新たに提案した数学モデルを $\sigma - \varepsilon$ 曲線に適用した結果について述べたものである。なお、本手法は $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線についても同様の取扱が可能である。

2. 使用データ

使用したデータは、文献5)に発表したものであり、人工的に作成した供試体(相対密度 D_r は95%, 83%および70%)の3軸圧縮試験(CD試験)から得られたものである。側圧 σ_3 は2, 4, 6, 8 kgf/cm² の4段階で実施され合計12ケースの曲線が得られている。この3軸圧縮試験結果から得られた $\sigma - \varepsilon$ 曲線は、260数点の測定値からなり、解析にはこれらのデータを10点おきにサンプリングしたものを用いている。図-1はこれらのデータをプロットしたもので、実線は3. に示す数学モデル(4)式による解析結果を表示したものである。

3. 応力-ひずみ曲線の数学モデルとその回帰計算方法

3軸圧縮試験結果から得られた応力($\sigma_1 - \sigma_3$)-ひずみ(ε)曲線の数学モデルは、これまで(3)式を用いていたが、今回新たに提案するモデルは(4)式で示される。(3)式、(4)式では(1)式および(2)式の y を応力($\sigma_1 - \sigma_3$)で、 x をひずみ ε でそれぞれ置き換えている。

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_1 (1 - e^{-\frac{\varepsilon}{b_1}}) - a_2 \cdot e^{-\left(\frac{\varepsilon}{b_2}\right)^m} \quad (3)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_1 (1 - e^{-\frac{\varepsilon}{b_1}}) \left\{ 1 + a_2 \cdot e^{-\left(\frac{\varepsilon}{b_2}\right)^m} \right\} \quad (4)$$

(4)式には a_1 , b_1 , m , a_2 , b_2 の5つの回帰係数が含まれるが、これらを同時に決定することは容易ではないため、実的にまず ①. 応力のピーク値(図-1の黒丸)までのデータに、(4)式の右辺第一項の指数分布曲線をあてはめ a_1 , b_1 を求める。次に ②. ①で求められた指数分布曲線による応力-ひずみ曲線の予測値と全実測値との比をとる。更に ③. 比をとった値から1を引き、これに(4)式の右辺第二項のコーシー分布曲線をあてはめ a_2 , b_2 , m を求める。以上3つの手順を経て、(4)式の回帰係数を決定している。それぞれの回帰計算方法については文献6)を参照されたい。

(4)式の応力のピーク値は、(4)式をひずみ ε で微分し、これを0とした(5)式を解いて得られたひずみの値を(4)式に代入すれば求められる。また、応力-ひずみ曲線の初期接線勾配 K は(6)式で、残留応力 σ_r は(7)式でそれぞれ求められる。

$$\frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon} = \frac{a_1}{b_1} e^{-\left(\frac{\varepsilon}{b_1}\right)} \left\{ 1 + a_2 e^{-\left(\frac{\varepsilon}{b_2}\right)^m} \right\} - a_1 (1 - e^{-\frac{\varepsilon}{b_1}}) \cdot$$

$$\frac{a_2}{b_2} m \left(\frac{\varepsilon}{b_2}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{\varepsilon}{b_2}\right)^m} = 0 \quad (5)$$

$$K = a_1 / b_1 \quad (6) \quad , \quad \sigma_r = a_1 (1 + a_2) \quad (7)$$

4. 解析結果

図-1の解析結果は表-1に示した。表中の5つの回帰係数を用いて、(4)式により計算した結果を、

図-1中に表示してある。解析の一例として、図-1のI-8の測定値(表-2)に対する3.①、3.③の回帰計算結果をそれぞれ図-2、3に示してある。

5. まとめ

3軸圧縮試験結果から得られた主応力差一軸ひずみ曲線に、今回新たな数学モデル(4)式を適用した。このようなモデルを用いた方が、検討を行ううえで有意であると考えられる。今後、これらの試験データを収集し検討を行なう予定である。

表-2 使用データの一例
(図-1のI-8)

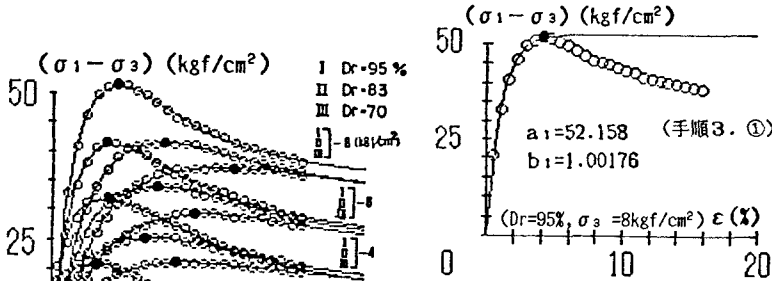


図-1 応力-ひずみ曲線
(実測値と(4)式による解析結果)

図-2 指数分布曲線のあてはめ
(応力のピーク値まで使用)

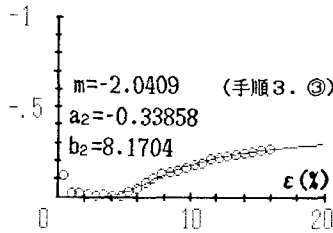


図-3 コーシー分布曲線のあてはめ

1	ε (%)	σ (kgf/cm²)
1	0.429494	20.4302
2	1.02960	32.7214
3	1.63448	40.8918
4	2.24658	46.0621
5	2.86115	49.5258
6	3.47852	51.0285
7	4.09424	51.5354
8	4.71259	51.2094
9	5.33160	50.3938
10	5.94930	49.4519
11	6.56601	48.1838
12	7.18683	46.9269
13	7.80600	45.6576
14	8.42402	45.1639
15	9.04303	44.5447
16	9.65941	43.7298
17	10.2766	43.0584
18	10.8968	42.3765
19	11.5145	41.3592
20	12.1343	40.8290
21	12.7538	40.3768
22	13.3708	39.9928
23	13.9892	39.4295
24	14.6118	39.1163
25	15.2297	38.7753
26	15.8456	38.2770

(Dr=95%, $\sigma_3=8\text{kgf/cm}^2$)

表-1 (4) 式の回帰係数 a_1 , b_1 , m , a_2 および b_2 と
これらによって得られる $\sigma-\epsilon$ 曲線の特徴値

試験 番号	試験条件		回 帰 係 数						応力のピーク値とひずみ				初期接 線勾配	残留 応力	
	Dr	σ_3	a_1	b_1	m	a_2	b_2	実測値		計算値 (5) 式		(6) 式 a_1/b_1			(7) 式 $a_1/(1+a_2)$
								σ	ϵ	σ	ϵ				
I-8 第一組	95	2	20.915	0.48426	-1.9386	-0.56648	6.7849	21.13	2.9	20.81	2.74	43.2	9.87		
	95	4	31.571	0.62382	-1.6320	-0.55721	9.6371	32.03	3.4	31.38	3.39	52.3	13.99		
	95	6	41.962	0.92098	-1.6877	-0.43932	8.5447	41.43	3.4	40.96	3.83	46.5	23.53		
	95	8	52.158	1.00176	-2.0409	-0.33858	8.1704	51.54	4.0	51.02	4.27	52.1	34.50		
II-8 第二組	83	2	15.565	0.99648	-2.2017	-0.39278	10.310	15.60	4.8	15.42	5.03	15.6	9.45		
	83	4	25.630	1.41129	-1.9386	-0.30879	13.344	25.30	5.9	25.20	6.42	18.1	15.87		
	83	6	34.193	1.52111	-2.6107	-0.28158	12.361	33.99	6.5	33.74	7.09	22.5	24.57		
	83	8	42.458	1.75651	-2.3308	-0.24184	12.247	41.33	7.1	41.43	7.29	21.2	32.19		
III-8 第三組	70	2	13.071	1.39100	-1.7508	-0.37253	14.070	13.06	6.6	12.85	6.36	9.4	8.20		
	70	4	21.691	2.24357	-1.9510	-0.26673	16.226	21.20	7.8	21.19	8.71	10.6	15.91		
	70	6	29.988	2.41495	-2.8271	-0.20625	15.577	29.44	9.0	29.33	10.08	12.4	23.80		
	70	8	37.946	2.44176	-2.2128	-0.18388	18.413	37.32	11.5	37.22	10.86	15.5	30.97		

参考文献 1) 宇都・冬木・桜井・吉井; 土のせん断試験における応力-ひずみ曲線の一整理方法, 土木学会第41回年次学術講演会, 1986. 2) 宇都・冬木・桜井・長谷川・村上・小野; 土のせん断試験における応力-ひずみ曲線(軟化型)の一整理方法, 第22回土質工学研究発表会, 1987. 3) 宇都・冬木・桜井・長谷川・村上・小野; 土のせん断試験における体積ひずみ-軸ひずみ曲線の一整理方法, 土木学会第42回年次学術講演会, 1987. 4) 宇都・冬木・桜井・長谷川・村上・小野; 土のせん断試験における応力-ひずみ曲線(軟化型)の一整理方法 その2, 第23回土質工学研究発表会, 1988. 5) 長谷川・村上・関・佐野・小野; 多段三軸試験での粗粒材料の強度特性について, 粗粒材料の変形・強度特性とその試験法に関するシンポジウム, 土質工学会, 1986. 6) 宇都・冬木・桜井; 指数関数系の回帰式のまとめ, 第21回土質工学研究発表会, 1986.