土木学会第43回年次学術講演会（昭和63年10月）

III-214　重量による粒度分布と個数による粒度分布の関係について

（財）大阪土質試験所　正会員　福田光治

１）はじめに

土の個数による粒度分布に着目した粗粒土の分類指数を提案してきた[(1)〜(4)]。この方法は統一分類法の力学的根拠を包含した連続量であるため、粒度の比較が簡便かつ合理的に行なえる事を明らかにした。本報告は分類指数を導く過程で検討した基本的考え方を示したものである。

２）重量による粒度分布と個数による粒度分布の基本的関係

粒度の対数正規分布性の研究はInman 等[(5)]により数多く発表されている。土質の分野では箭内[(6)]、陶野[(7)]らにみられる。図－１は熱田砂層の粒度分布を示した。対数正規分布のプロットではかなりの範囲が直線で近似されそうである。実際の分布は『対数正規分布に近い複数のsub-populationの複合体』[(8)]であることは明らかであるが、ここでは研究の第一段階として一本の直線での近似を仮定した。粒度の対数正規分布から

重量による粒度分布　$f(\ln d)=\exp\{-(\ln d-\ln\overline{d_w})^2/(2\cdot\ln^2\sigma_w)\}/(\sqrt{2\pi}\ln\sigma_w)$ ・・・・(1)

個数による粒度分布　$g(\ln d)=\exp\{-(\ln d-\ln\overline{d_g})^2/(2\cdot\ln^2\sigma_g)\}/(\sqrt{2\pi}\ln\sigma_g)$ ・・・・(2)

重み係数α、mを媒介にして、式-(3)のように展開する。

$$f(\ln d)=\alpha\cdot d^m\cdot g(\ln d)/\int_{-\infty}^{\infty}\{\alpha\cdot d^m\cdot g(\ln d)\}d(\ln d)\quad\cdots\cdots(3)$$

αは形状や粒子の比重、mは粒径と堆積を関係させる係数と考える事ができる。そこで、α、m、σが一定として、式-(3)を展開、整理し式-(4)を得る。

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\ln^2\sigma_w}-\frac{1}{\ln^2\sigma_g}\right)\ln^2 d+\left(\frac{\ln\overline{d_g}}{\ln^2\sigma_g}+m-\frac{\ln\overline{d_w}}{\ln^2\sigma_w}\right)\ln d+\frac{\ln^2\overline{d_w}}{2\ln^2\sigma_w}-\frac{\ln^2\overline{d_g}}{2\ln^2\sigma_g}+\ln(\ln\sigma_w)-m\cdot\ln\overline{d_g}-\frac{1}{2}m^2\cdot\ln^2\sigma_g-\ln(\ln\sigma_g)=0\cdots(4)$$

式-(4)が種々のαについて成立するためには、式-(5)〜(7) を満足しなければならない。

$1/\ln^2\sigma_w-1/\ln^2\sigma_g=0$ ・・・(5)　　　$\ln\overline{d_g}/\ln^2\sigma_g+m-\ln\overline{d_w}/\ln^2\sigma_w=0$ ・・・・(6)

$\ln^2\overline{d_w}/(2\cdot\ln^2\sigma_w)-\ln^2\overline{d_g}/(2\cdot\ln^2\sigma_g)+\ln(\ln\sigma_w)-m\cdot\ln\overline{d_g}-m^2\cdot\ln^2\sigma_g/2-\ln(\ln\sigma_g)=0$ ・・・・(7)

式-(5)から、$\sigma_g=\sigma_w$ ・・・(8) 、式-(6)、(8) から$\ln\overline{d_g}=\ln\overline{d_w}-m\cdot\ln^2\sigma_w$ ・・・(9) を得る。式-(8)、(9) が成立すると、式-(7)は常に満足される。従って、個数による粒度分布を規定するσ、dは重量による粒度分布σ、dから推定できる事になる。

３）分散と均等係数

堆積学では、ϕ-scaleで粒度を式-(10) の対数正規分布を仮定し、分散σを式-(11) で近似している。

$$s(\log_2 d)=\exp\{-(\log_2 d-\log_2\overline{d_\phi})^2/(2\cdot\sigma_\phi^2)\}/(\sqrt{2\pi}\,\sigma_\phi)\quad\cdots(10)$$

$$\sigma_\phi=(\phi 84-\phi 16)/2\quad\cdots(11)$$

図-2〜3 は、均等係数Uc及び曲率係数Uc' とσ_ϕ の関係を示している。図から分散σ_ϕ は曲率係数Uc' との関係は見出せないが、均等係数とは強い関係があることが分る。陶野の結論と同じ結果である。最小二乗法で関係式を求めると相関係数0.92で式-(12) を得る。

$$\sigma_\phi=0.699+1.395\log Uc\quad\cdots\cdots(12)$$

式-(1)、(11)を考慮すると$\sigma_\phi=\log\sigma_w/\log 2$ であるから、式-(13) より重量分布の分散σ_w が均等係数Ucから求める事ができる。

$$\ln\sigma_w=0.484+0.42\ln Uc\quad\cdots\cdots(13)$$

４）平均間隙厚さの定義

2)、3)で対数正規分布を仮定すると、重量による粒度から個数による粒度が推定できることを明らかにし

た。そこでこれ等を用いて力学的諸関係の基本的概念と考えられる平均的な間隙厚さを定義する。平均粒径の表面積をS 、個数N 、全体積をV 、土粒子実質部分の体積をVs、間隙の体積をVv，間隙比をｅとし、土粒子の表面が占有する平均的間隙厚さをｈとし、式-(14) で定義する。

$$h=V_v/(N\cdot S)=e\cdot V_s/(N\cdot S)=e\times\Sigma(N_i\cdot\phi_v\cdot d_i^3)/\Sigma(N_i\cdot\phi_s\cdot d_i^2)\quad\cdots\cdots(14)$$

従って間隙径に相当する長さは2 ×h となる。ϕ_v、ϕ_sは体積及び表面積に関係する形状係数、Niは粒径diの個数である。ϕ_v、ϕ_sを一定と仮定し、式-(14) を連続量で表すと、

$\Sigma N_i\cdot\phi_v\cdot d_i^3/\Sigma N_i\cdot\phi_s\cdot d_i^2$ は$\{\int_{-\infty}^{\infty}d^3g(\ln d)d(\ln d)/\int_{-\infty}^{\infty}d^2g(\ln d)d(\ln d)\}\times\phi_v/\phi_s$

となる。ここで式-(8)、(9) 、(13)を式-(14) に代入し、m=3 とするならば式-(15) を得る。粉体工学ではϕ_s/ϕ_vの値として6 ～7 [(9)]を与えている。

$$h=(\phi_v/\phi_s)\times e\times\exp(\ln\overline{d_w}-0.5\ln^2\sigma_w)\quad\cdots\cdots\cdots(15)$$

また平均的な間隙比の厚さをｂ，体積V が保持する含水量をWw、実質部分の重量をWsとすると式-(16) を得る。

$$b=W_w/(N\cdot S)=(1/\gamma_w)\cdot(W_w/W_s)\cdot(W_s/V)/(N\cdot S/V)=(\gamma_d/\gamma_w)\cdot w\cdot(1+e)\cdot V_s/(N\cdot S)$$

$$=(G_s/\gamma_w)\cdot w\cdot\Sigma N_i\cdot\phi_v\cdot d_i^3/\Sigma N_i\cdot\phi_s\cdot d_i^2\approx(G_s/\gamma_w)\cdot(\phi_v/\phi_s)\cdot w\cdot\exp(\ln\overline{d_w}-0.5\ln^2\sigma_w)\quad\cdots\cdots(16)$$

式-(15) 、(16)は、b/h=Sr（飽和度）の関係にある。ここで平均的に$G_s\cdot\phi_v/\phi_s=0.3$ 、$\overline{d_w}\fallingdotseq d_{50}$ と仮定すると式-(15) 、(16)は

$$h=0.3\cdot d_{50}/\exp(0.5\ln^2\sigma_w)\cdot(e/G_s)\quad\cdots(17)\qquad b=0.3\cdot d_{50}/\exp(0.5\ln^2\sigma_w)\cdot w\quad\cdots\cdots(18)$$

となる。

5）あとがき

粒度を対数正規分布で近似し、また形状係数等仮定すると、重量による粒度から個数による粒度が求まり、これらを基礎に平均的な間隙径に相当するｈ，水膜厚さｂを定義した。これらの諸量はこれまで明らかにしてきたように粗粒土の分類で力学的諸関係を媒介する有効な概念である事を示している。

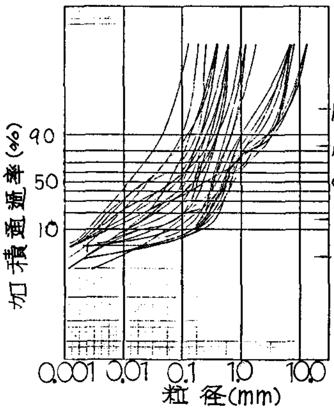

図-1熱田砂層の粒度分布

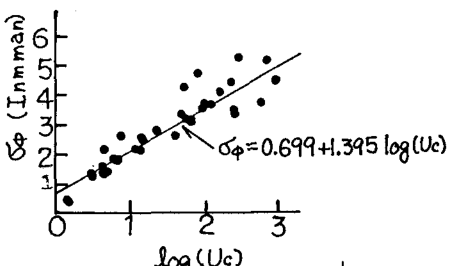

図-2　Ｕｃ～σ_ϕ

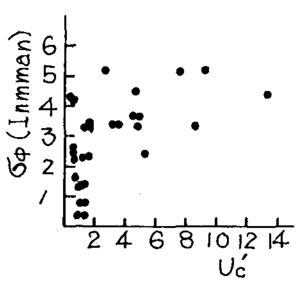

図-3　Ｕｃ'～σ_ϕ

参考文献）(1) 福田光治他「粗粒材の分類指標の提案」第21回土質工学会研究発表会1986年6 月(2) 福田光治他「粗粒土分類方法の一提案」第41回土木学会年次学術講演会1986年10月(3) 福田光治「CBR 試験と統一分類法の評価について」第22回土質工学会研究発表会1987年6 月(4) 福田光治「熱田砂層の工学的特性と分類」第23回土質工学会研究発表会1988年6 月（投稿中）(5) 上杉陽「粒径頻度分布からみた風成砂・海成砂の諸特徴」第四紀研究第11巻2 号昭和47年8 月(6) 箭内寛治「土の粒度分布に関する考察」第10回土質工学会研究発表会1975年6 月(7) 陶野郁雄「砂質堆積物の粒度試験」第14回土質工学会研究発表会1979年6 月(8)(5) と同じ(9) クライデ・オアー・ジュニア他（牟田明徳他訳）「粉体の測定」産業図書