

III-151

予測子・修正子法による三笠の自重圧密方程式の一差分解法
(片面排水問題を中心として)

徳島大学工学部 正 山上 拓男
徳島大学大学院 学 ○酒井 信介

1. はじめに 三笠の自重圧密方程式は強度の非線形方程式であり、その解はもっぱら差分法によって求められてきた。その際、従来の陽解法では初期状態がある限度以上軟弱になると解が振動・発散することが知られている。このため、筆者らはDouglas・Jonesの予測子・修正子法に基づく陰解法を、三笠の圧密支配式に適用することを試みた。本報告の目的は、陰解法の適用過程、特に片面排水時における境界条件の取扱方法を中心に述べるとともに、超軟弱地盤の解析例(片面排水のみ)を呈示するところにある。

2. 境界条件の取扱 考えている面が硬質粘土などの不透水層に接している場合の境界条件は、次式で与えられている¹⁾：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z_0} = m_v \cdot \gamma' \quad \cdots (1)$$

式(1)において、 $m_v \cdot \gamma' = q(\zeta)$ とおき、 $f - \log p$, $f - \log c_v$ の直線関係を仮定して変形すると：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z_0} = q(\zeta) \quad \cdots (2)$$

$$q(\zeta) = \frac{0.4343 c_v \gamma'_0}{f_0 p_0 \exp \left\{ \frac{f_0}{0.4343 c_v} \left(1 - \frac{1}{\zeta} \right) \right\}} \cdot \zeta^2 \quad (3)$$

表-1 記号の意味

ζ :	圧密比
z_0 :	原始状態の鉛直座標
m_v :	体積圧縮係数
γ' :	浮力を考慮した粘土の水中単位重量
c_v :	圧縮指数
f_0 :	初期体積比
p_0 :	初期有効応力

陰解法の場合式(2)、(3)により不透水面上の境界条件が規定される。記号の意味は表-1に示す通りである。

3. 差分方程式の3項行列表示(片面排水の場合) 陰解法で解を得る場合、陽解法と異なり連立方程式を解かねばならない。いま、図-1のように初期層厚 H_0 に対する差分分割数を n としたとき、不透水境界上の節点 n の外側に仮想節点 $(n+1)$ を導入し、式(2)を時刻 j で、節点 n について中央差分で展開すれば次式を得る：

$$-\zeta_{n+1,j} + \zeta_{n-1,j} = -2\Delta x \cdot q(\zeta_{n,j}) \quad \cdots (4)$$

式(4)と、予測子・修正子法の一般形²⁾により得られる連立方程式をマトリックス形で表示するならば、片面排水の場合式(5)、(6)のようになる。粘土層が両面排水の場合は、境界条件としての ζ 、すなわち ζ_0 と ζ_n の値が既知となるため、正値対称3項行列が導かれる²⁾のに対し、片面排水では不透水面の境界

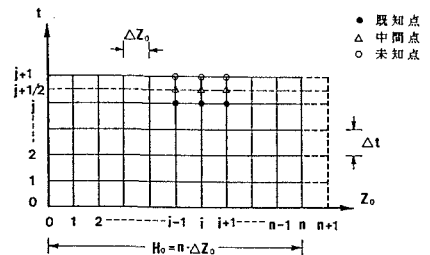


図-1 予測子・修正子法の説明

予測子

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & -1 & & & & & \\ -1 & a_{1,2} & -1 & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & -1 & a_{1,i} & -1 \\ & & & & & & \ddots \\ 0 & & & & & -1 & a_{1,n-1} & -1 \\ & & & & & & -2 & a_{1,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_{1,j+1/2} \\ \zeta_{2,j+1/2} \\ \vdots \\ \zeta_{i,j+1/2} \\ \vdots \\ \zeta_{n-1,j+1/2} \\ \zeta_{n,j+1/2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{2,1} \zeta_{1,j} + a_{3,1} + \zeta_{0,j+1/2} \\ a_{2,2} \zeta_{2,j} + a_{3,2} \\ \vdots \\ a_{2,i} \zeta_{i,j} + a_{3,i} \\ \vdots \\ a_{2,n-1} \zeta_{n-1,j} + a_{3,n-1} \\ a_{2,n} \zeta_{n,j} + a_{3,n} + C_1 \cdot q(\zeta_{n,j+1/2}) \end{bmatrix} \quad \cdots (5)$$

修正子

$$\begin{bmatrix} b_{1,1} - 1 & & & & \\ -1 & b_{1,2} - 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & -1 & b_{1,i} - 1 \\ & 0 & & & -1 & b_{1,n-1} - 1 \\ & & & & & -2 & b_{1,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_{1,j+1} \\ \zeta_{2,j+1} \\ \vdots \\ \zeta_{i,j+1} \\ \vdots \\ \zeta_{n-1,j+1} \\ \zeta_{n,j+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{2,j} + b_{2,1} \zeta_{1,j} + \zeta_{0,j} + b_{3,1} + \zeta_{0,j+1} \\ \zeta_{3,j} + b_{2,2} \zeta_{2,j} + \zeta_{1,j} + b_{3,2} \\ \vdots \\ \zeta_{i+1,j} + b_{2,i} \zeta_{i,j} + \zeta_{i-1,j} + b_{3,i} \\ \vdots \\ \zeta_{n,j} + b_{2,n-1} \zeta_{n-1,j} + \zeta_{n-2,j} + b_{3,n-1} \\ \zeta_{n+1,j} + b_{2,n} \zeta_{n,j} + \zeta_{n-1,j} + b_{3,n} + C_1 \cdot q(\zeta_{n,j+1}) \end{bmatrix} \quad \dots (6)$$

条件に起因して非対称3項行列となる。しかも、この場合式(5)、(6)に示すように、連立方程式の第*n*行の両辺に未知量である ζ_n が含まれているため、この点に関して反復計算が必要である。

4. 適用例 ここでは三笠の標準圧密曲線³⁾のもとに、いずれも初期層厚5mの粘土層で、初期体積比 f_0 が6.2, 10.0, 15.0の場合の自重圧密過程の解析を試みた。ただし、紙数の都合上、以下では $f_0 = 15.0$ の結果を中心に述べる。本研究で導入した陰解法による解析結果では、初期状態がある限度以上に軟弱になると、解の分布に振動が生じることが判明した。そこで、この問題に対しスムーズ化⁴⁾を行い、振動部分の解の分布を滑らかなものにした。図-2は $f_0 = 15.0$ の問題に対し、スムーズ化を行った結果である。厳密解が不明であるため、差分解の精度を直接論じることにはできないが、片面排水時の等時曲線が持つ性質¹⁾：一つは不透水面上における任意時刻での圧密比の等時曲線の勾配が、同じ圧密比に対する定常状態の等時曲線の勾配に等しいこと（図-2参照）、一つは不透水面での有効応力の勾配が、圧密のすべての過程において一定値をとること（図-3参照）などが満たされていること、また目下の問題においては、有効応力が定常状態で深さ方向に直線分布しなければならない事実が満たされていること（図-3参照）、あるいは初期層厚が同じであるならば、 f_0 が大きい地盤程早く圧密が終了しなければならない事実が満たされていること（図-4参照）などによりこれらの結果は精度的に十分満足し得るものと確信している。

5. むすび 陰解法により片面排水問題の解析を行った。その結果、初期体積比の相当大きい地盤に対しても十分安定な解が与えられることが判明した。片面排水問題では、両面排水問題と異なり連立方程式を解く際に反復計算を必要とし、この点がプログラム構成上大きな特徴となった。

〔参考文献〕 1) 高田：土木学会論文報告集，第334号，pp.113~121，1983. 2) 山上・仁田・安富：第1回計算力学シンポジウム，pp.205~212，1987. 3) 三笠：鹿島出版会126p，1963. 4) 山上・酒井：第23回土質工学研究発表会（昭和63年6月）発表予定。

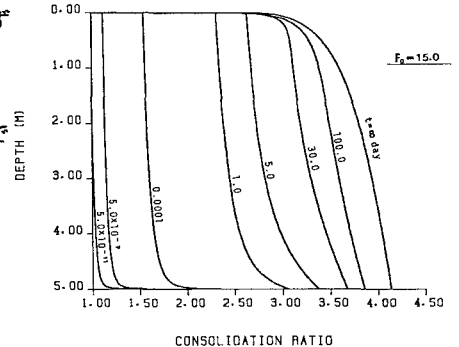


図-2 圧密比の時間推移 ($f_0=15.0$)

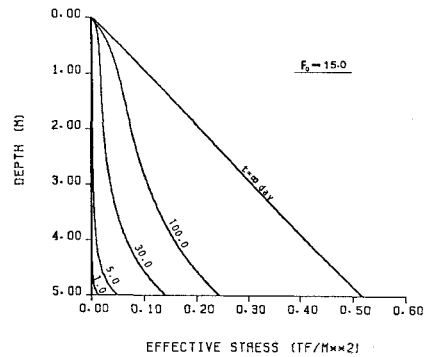


図-3 有効応力の時間推移 ($f_0=15.0$)

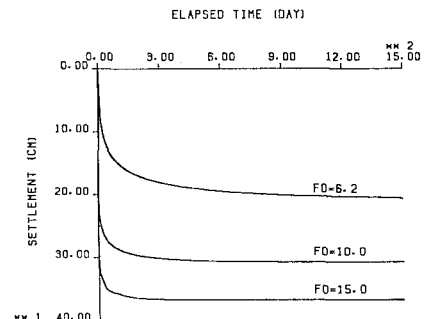


図-4 地表面の時間沈下曲線