

III-88

最も一般化された安定解析法（スライス分割法）

愛媛大学工学部（正）榎 明潔・八木則男・矢田部龍一

1. まえがき

従来のスライス分割による安定解析法には側面力に関する仮定と複雑な計算法という二つの問題がある。本研究では、安全率を求める問題はすべり面形状のみでなく側面力の仮定に対する最適化問題であることを数学的に明らかにし、ウェッジ法をもとにしたもっとも一般的な安定解析法を提案する。

2. 提案する安定解析法の原理

与えられたすべり面に対して安全率を求める。すべり面*i*での安全率 $F_{s,i}$ の定義式として次式が成立する。

$$T_i = (P_i \tan \phi_i + c_i l_i) / F_{s,i} \quad \text{--- (1)} \quad P_i, T_i \text{は垂直力とせん断力, } \phi_i, c_i, l_i \text{は摩擦角, 粘着力, 長さである。}$$

すべり面での安全率はすべて等しく F_s とする。すべり面は上に凹とする。第*k*スライスの x, y 方向、モーメントの釣合式から(1)式を用いて T_i を消去すると次の3式が得られる。

$$P_{j-1} \{ \sin \theta_{j-1} + \tan \phi_{j-1} \cos \theta_{j-1} / F_{s,j-1} \} + P_j \{ -\sin \theta_j - \tan \phi_j \cos \theta_j / F_{s,j} \} + P_k \{ \sin \theta_k - \tan \phi_k \cos \theta_k / F_s \} \\ = -c_{j-1} l_{j-1} \cos \theta_{j-1} / F_{s,j-1} + c_j l_j \cos \theta_j / F_{s,j} + c_k l_k \cos \theta_k / F_s \quad \text{--- (2)}$$

$$P_{j-1} \{ -\cos \theta_{j-1} + \tan \phi_{j-1} \sin \theta_{j-1} / F_{s,j-1} \} + P_j \{ \cos \theta_j - \tan \phi_j \sin \theta_j / F_{s,j} \} + P_k \{ -\cos \theta_k - \tan \phi_k \sin \theta_k / F_s \} \\ = -c_{j-1} l_{j-1} \sin \theta_{j-1} / F_{s,j-1} + c_j l_j \sin \theta_j / F_{s,j} + c_k l_k \sin \theta_k / F_s - W_k \quad \text{--- (3)}$$

$$P_k d_k + P_{j-1} \{ l_{j-1} / 3 + l_k \cos (\theta_{j-1} - \theta_k) \} - P_j \{ l_j / 3 + l_k \sin (\theta_{j-1} - \theta_k) \tan \phi_j / F_{s,j-1} \} \\ = W_k d_w + c_{j-1} l_{j-1} l_k \sin (\theta_{j-1} - \theta_k) / F_s \quad \text{--- (4)}$$

ただし、図-1のように、第*k*スライスの右側と左側のスライス面の番号を*j-1, j*、底部の主べり面の番号を*k*、各すべり面が水平面となす角(反時計回り)を θ 、第*k*スライスの重量を W_k 、 P_i, P_j, W_k の着力点の面左端からの距離を d_i, d_j, d_w とする。 n 個の全スライスについて式(2)~(4)を書くと、合計 $3n$ 個の式が得られる。一方、未知数は $P_1, \dots, P_{2n-1}, F_s, F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1}, d_1, \dots, d_{2n-1}$ の $5n-2$ 個であるから、このままでは解けないが、次の様に考えると解くことができる。すなわち、式(2)~(4)の $3n$ 個の式を解いて F_s を求める問題は、 $3n-1$ 個の制約条件付きの次の関数の最適化問題であると考え、

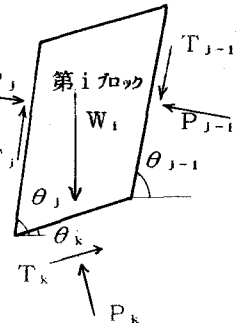


図-1 スライスに作用する諸力

$$F_s = F_s(P_1, \dots, P_{2n-1}, F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1}, d_1, \dots, d_{2n-1}) \quad \text{--- (5)}$$

ただし、この関数は陽には得られず、実際には釣合式の内の1個が相当するため制約条件式は $3n-1$ 個となる。

2. 1 限定条件下の解

合計 $2n$ 個得られる x, y 方向の釣合式のみで $P_1, \dots, P_{2n-1}, F_s$ を求める。スライス面の $F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1}$ が既知なら、未知数は $P_1, \dots, P_{2n-1}, F_s$ の合計 $2n$ 個であるから、釣合式のみで解くことができる。 $F_{s,1} = \dots, F_{s,n-1} = 1$ と仮定した時の F_s を $F_{s,max}$ 、 $F_{s,1} = \dots = F_{s,n-1} = F_s$ と仮定した時の F_s を $F_{s,med}$ 、 $F_{s,1} = \dots = F_{s,n-1} = \infty$ と仮定した時の F_s を $F_{s,min}$ と呼ぶ。実際の計算では F_s を仮定し、 $2n-1$ 個の連立方程式から $P_1, \dots, P_{2n-1}$ を求め、この P を残った $2n$ 番めの方程式に代入して F_s を求める。これを、仮定した F_s と求められた F_s が等しくなるまで繰返す。

2. 2 緩和した条件下の解

スライス面の $F_{s,i}$ が自由な値をとる場合を考える。 $F_s(P_1, \dots, P_{2n-1}, F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1})$ は、 $2n-1$ 個の制約条件式と $n-1$ 個の自由変数($F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1}$)を有する関数であり、これを $F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1}$ に対して最適化することで F_s を求めることは可能である。換言すれば、 $\partial F_s / \partial F_{s,1}, \dots, \partial F_s / \partial F_{s,n-1}$ の $n-1$ 個の式を追加する。(ただし、 $F_s \geq 1$ のとき、 $F_{s,i}$ の変域には $F_{s,i} \geq 1$ という条件があり、極値が最大または最小値になるとは限らない) しかし、後述するように、こうして求めた F_s の最大値・最小値は前節の $F_{s,max} \cdot F_{s,min}$ に等しい。

2. 3 無条件下の解

全く条件を外して $3n-1$ 個の制約条件付きの式⑤の最小化問題について考える。一般に、最小化問題では制約条件式の数が増えるほど最小値は大きく、自由変数の数が増えるほど、また変数の変域が広がるほど、最小値は小さくなる。 n 個のモーメントの釣合い式を導入すると着力点に関する $d_1, \dots, d_{2n-1}$ の $2n-1$ 個の変数も導入される。 $d_1, \dots, d_{2n-1}$ が与えられて自由変数でない時には制約条件式の数の増加になり、得られる F_s の範囲は前節のものより狭い。 $d_1, \dots, d_{2n-1}$ が自由の時には逆に自由変数の数の増加になるが、本問題ではこれは F_s の範囲の拡大にはならない。なぜなら、前節で述べたように $2n$ 個の x, y 方向の釣合い式のみで P_1, F_s を求めることができ、 $d_1, \dots, d_{2n-1}$ は F_s には関係しないからである。

2. 4 エネルギーからのアプローチ

すべり土塊への入力エネルギーは、主すべり面・スライス面形状と土の単位体積重量によって決まる重力のエネルギー E_g である。一方、消費エネルギーは主すべり面で消費される $E_{s,0}$ とスライス面で消費される $E_{s,1}$ であり、 $E_g = E_{s,0} + E_{s,1}$ である。もし、 $E_{s,1} = 0$ なら、すなわち内部すべり面で $F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1} = \infty$ なら、全 E_g が外部すべり面へ向けられるため外部すべり面の安全率は最小となる。逆に $E_{s,1}$ が最大なら、すなわちスライス面で $F_{s,1}, \dots, F_{s,n-1} = 1$ なら、外部すべり面へ向けられるエネルギーが最小となるため、外部すべり面の安全率は最大となる。

3. 計算例

表-1 他の方ととの比較

表-1で望月ら¹⁾の従来法による安全率と、提案法で得られた $F_{s,min}, F_{s,med}, F_{s,max}$ を比較した。従来法による安全率は明らかに $F_{s,min}$ と $F_{s,max}$ の間にある。また、従来法の多くでスライス面の安全率が外部すべり面のそれより低い($F_{s,med}$ より安全率が高い)のは、従来法の

Case	他の方の F_s					提案法の F_s		
	Fell	S. Bi	J1/3	ALE	M&P	min	med	max
1	-	-	-	1.36	約	1.26	1.43	1.51
2	1.43	1.54	1.63	1.63	1.60	1.41	1.57	1.67
3	1.50	1.65	1.77	1.76	-	1.41	1.63	1.78
4	1.19	1.28	1.36	1.34	-	1.17	1.32	1.36
5	1.40	1.53	1.60	1.59	-	1.37	1.57	1.69

限界を示していると考えられる。物理的に意味のある F_s は $F_{s,min}, F_{s,med}$ の間である。図-2

に簡易ヤンプ法と本法の $F_{s,min}, F_{s,med}$ を最小安全率とその時のすべり面形状で比較した。本法ではスライス数の増加は10個以上では安全率にほとんど影響せず、スライス角度の影響が強いことが他の計算で分かった。

4. あとがき

本法は釣合い式とWhitmanの側面力に関する条件²⁾を満たす解を直接に簡単に求める方法であり、他の方法を評価する基準も与えることができる。本法でのプログラムはFORTRANで書いても連立方程式の解法以外の主プログラムは200行程度と簡単で、マイクロコンピュータを用いても数分間の計算で十分に解ける。

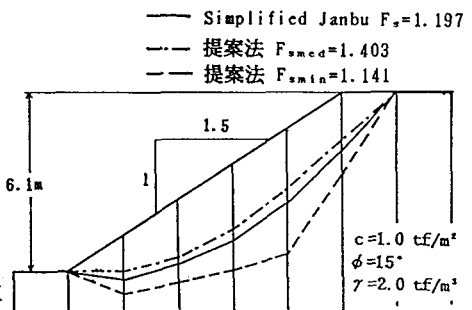


図-2 最小安全率とすべり面形状

参考文献

- 1) 望月・三笠・勝田：2つの斜面安定計算法の提案、土木学会論文集、第370号、pp. 261~270。 2) Whitman, R.V. & Bailey, W.A.: Use of Computers for Slope Stability Analysis, ASCE, SM4, pp. 475~498, 1967.