

II-383

多元ARIMAモデルによる短期水需要予測モデルについての一考察

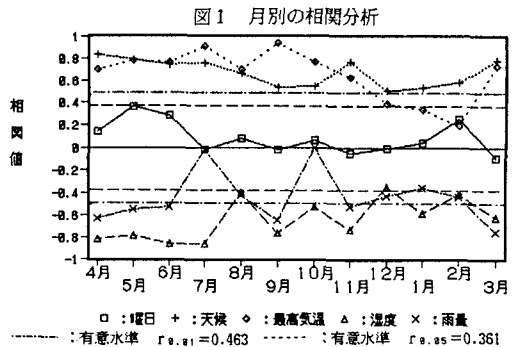
東京都立大学工学部 正員 小泉 明
東京都立大学工学部 正員 稲員 とよの
横浜市役所 正員 ○千田 孝一

1. はじめに

水道の維持管理計画を策定する際、水需要の短期予測は重要な情報の一つとなる。本研究では、日単位水需要予測手法として多元ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) モデル¹⁾ による検討を行った。このモデルは、水需要構造をブラックボックスと見なし、水需要に影響を与える要因を入力要因とし、そして過去の日配水量の変動によって記述される時系列モデルである。また、本研究の対象地域は、給水人口42万人のA市とし、使用データは水量日報に記載されている曜日、天候、平均気温、最高気温、最低気温、湿度、雨量、そして配水量の1年分の日データとする。なお、欠測値については補間を行っている。

2. 水使用影響要因の選定

1年間のデータサイズの自己相関分析から、気温と日配水量データには季節的要因による影響が認められたため、非定常性の強い最高気温と日配水量データについて、4月、6月、8月を基準にデータサイズを1, 2, ... 12ヶ月とし、これらの自己相関係数を計算した。そして、これらのデータサイズの1/10番目の自己相関係数に単相関分析の有意性検定を適用し、母相関の有無から定常性の検討を行った。その結果、年間を通じて定常性を維持できるデータサイズは、1ヶ月程度であると考えられた。つぎに、日単位水需要モデルの要因を選択するために、水需要に影響を与える要因についての検討を行った。分析対象要因としては、曜日、天候、平均気温、最高気温、最低気温、湿度、雨量を用いた。そして、各月毎に日配水量と他の要因との単相関分析を行い、水使用に影響を与える要因(水使用影響要因)の選定を行った。気温に関しては、平均気温や最低気温に比べ最高気温が日配水量と強い相関を示すことから、最高気温を気温に関する代表要因として使用した。この最高気温並びに他の要因と日配水量との相関分析の結果を図1に示す。この図から、水使用影響要因として、季節的に配水量と相関の高い最高気温に代表される季節的水使用影響要因と、年間を通じて配水量と相関の高い天候、湿度、雨量といった基礎的水使用影響要因とに分類できた。



3. 多元ARIMAモデルによる短期水需要予測モデル

本研究で検討を行う多元ARIMA(m;r,s,p,q)モデルの基礎式は、以下のように表される。

$$Y_t = \mu + \sum \{ \omega_i(B) / \delta_i(B) \} X_{i,t} + \{ \theta(B) / \phi(B) \} a_t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、t: 時間の指標、Y_t: 出力時系列、X_{i,t}: i 番目の入力時系列(i=1,2,...m)、B: 後退演算子、
μ: 定数項、a_t: ランダム誤差

ω(B)/δ(B): 伝達関数荷重

$$\omega_i(B) = \omega_{i,0} - \omega_{i,1}B - \omega_{i,2}B^2 - \dots - \omega_{i,s}B^s$$

$$\delta_i(B) = 1 - \delta_{i,1}B - \delta_{i,2}B^2 - \dots - \delta_{i,r}B^r$$

φ(B): 自己回帰演算子、φ(B) = 1 - φ₁B - φ₂B² - ... - φ_pB^p

θ(B): 移動平均演算子、θ(B) = 1 - θ₁B - θ₂B² - ... - θ_qB^q

まず、出力要因である配水量は、入力要因(水使用影響要因)と出力要因自身の履歴の影響を受けていると考えられるので、(1)式における伝達関数荷重項のrを2次まで、また、移動平均演算子項のqを2次まで取り入れた多元ARIMAモデルを適用する。こ

表1 多元ARIMAモデルの適用結果

月	分析	MODEL	残差分析	入力要因
4月	51.440	ARIMA(2,0,0,1)	7.790	最高気温、天候、湿度
5月	43.155	ARIMA(2,0,0,1)	10.047	最高気温、天候、湿度
6月	57.536	ARIMA(1,0,0,1)	14.401	最高気温、天候、湿度
7月	90.131	ARIMA(0,0,0,1)	16.298	最高気温、天候、湿度
8月	47.000	ARIMA(0,0,0,2)	12.450	最高気温、天候、湿度
9月	110.617	ARIMA(0,0,0,1)	13.465	最高気温、天候、湿度
10月	44.339	ARIMA(1,0,0,2)	11.336	最高気温、天候、湿度
11月	23.472	ARIMA(1,0,0,2)	8.372	最高気温、天候、湿度
12月	31.749	ARIMA(1,0,0,2)	18.428	最高気温、天候、湿度
1月	47.144	ARIMA(2,0,0,1)	17.936	最高気温、天候、湿度
2月	17.043	ARIMA(2,0,0,0)	7.727	最高気温、天候、湿度
3月	42.460	ARIMA(2,0,0,1)	8.894	最高気温、天候、湿度

のモデル式をA市のデータの各月毎に適用し、それぞれの月のモデルの係数を推定した結果、表-1を得た。なお、ここで各月の入力要因については、重回帰分析による検討を行った上で選定している。得られた多元ARIMAモデル式は、たとえば、昭和60年4月の場合次式のようになり、この式による推定値と実測値を図2に示す。

$$Y_t = 116.883 + \{0.698 / (1 + 0.026B + 0.201B^2)\} X_{1,t} + \{1.021 / (1 + 0.41B - 0.077B^2)\} X_{2,t} + \{-0.052 / (1 + 0.065B + 0.869B^2)\} X_{3,t} + (1 + 0.371B) a_t \quad \dots\dots\dots(2)$$

ただし、 Y_t :日配水量、 $X_{1,t}$:最高気温、 $X_{2,t}$:天候、 $X_{3,t}$:湿度、 B :後退演算子、 a_t :ランダム誤差

また、季節によって多元ARIMAモデルのパラメタの次数に差異が生ずる。とくに夏期（7月、8月、9月）にはARIMA(0,0,0,q)モデルによる推定が良い。これは、夏期における原データの分散が大きいため、変動を平滑化させようとする性質をもつ移動平均項によってモデル化されているのではないかと考えられる。一方、冬期（12月、1月、2月）では、モデルパラメタが多少異った。これは12月、1月には、年末年始の社会的な要因による影響から、それぞれの月末と月初めに実測値が上昇するような変動を持つことから、冬期としては捉えにくく、この時期特有のモデルパラメタをとるのではないかと考えられる。2月については、水需要としては最も低い時期であり、前日までの水需要の傾向の影響を受けるため伝達関数荷重項によるモデルとなると考える。また春期、秋期の多元ARIMAモデルのパラメタが、伝達関数荷重項と移動平均項によるモデルとなっている。これは、水需要の年変動の中で夏期と冬期の中間に位置することからこれらのモデルの中間的な性質を持つモデルになると推察される。

4. モデルの検証

多元ARIMAモデルによる日単位の水需要予測モデルとしての検証を過去のシュミレーションによって行った。このシュミレーションの方法は、たとえば4月の場合、4月1日から4月30日までのデータからモデルを作成し、5月1日の配水量を予測した。この際に、気温等のデータは、天気予報等によって得られたとして、5月1日のデータを使用した。以後、同様に1日ずつずらして予測を行い、10日間の予測値を求め、実測値と比較した。このシュミレーションの結果を図3に示す。この結果、予測値の誤差±6%以内に実測値が入っていることから、提案した多元ARIMAモデルは、実用に耐えるモデルであると考えられる。

5. おわりに

本研究では、短期水需要予測モデルとして、現在各市で測定されている水量日報の最高気温、天候、湿度といった要因を用いた多元ARIMAモデルを提案した。そして、過去のシュミレーションによって、提案したモデルの検証を行い、その実用性を示すことができたと考えられる。しかし、この多元ARIMAモデルでは、気象的な要因を説明変数とすることから、四季によって支配的な要因が存在し、モデルを四季によって分類することとなった。このため、モデルの実際上の使用に際して、季節の変わり目に、いずれのモデルを採用するかという問題が生ずる。この点に関しては、多年度のデータについての適用を通じた検討が必要となろう。

（参考文献）1)Box,G.E.P & Jenkins,G.M: Time Series Analysis, Holden-Day, 1976

図2 多元ARIMA(2,0,0,1)による推定
(昭和60年4月の場合)

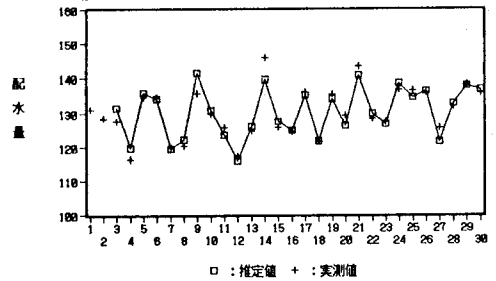


図3 多元ARIMAモデルによるシュミレーション
(昭和60年5月の場合)

