

II-343

解適応型有限要素法による港内波高分布の解析

広島工業大学 正会員 檜山和男
中央大学 正会員 川原睦人

1. はじめに

近年、計画・設計段階において港内静穏度の評価を行うために、数値解析が多く用いられるようになってきている。しかし、一方で計算結果が数値モデルの解として正しい解なのか疑問視される場合も生じている。この原因の殆どは、データ入力 of の誤りを除けば、問題に適した要素分割が行われなかったことに因っている。著者らは既に、この問題点を解決すべく、 r 法に基づく解適応型計算法(離散化誤差を計算結果から評価し、その誤差が大きい領域に節点を移動させる方法)を港内波高分布解析に適用することを検討したが^{1), 2)}、水深変化を有する場合などにはその効果に限界があることが明らかになった。そこで、本報告では、 h 法に基づく解適応型計算法(誤差の大きい要素を細分化する方法)を適用することを検討する。また、より高精度の解析を行うために境界型有限要素法を解析法³⁾として用いた。

2. 基礎方程式と数値解析法

基礎方程式と境界条件は以下のものである(図-1参照)。

$$(CC_g \eta, i), i + k^2 CC_g \eta = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\eta, n = ik(1-K_r)/(1+K_r) \quad \text{on } \Gamma_s \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2}(\eta_{sc, r} - ik \eta_{sc}) = 0 \quad \text{on } \Gamma_\infty \quad (3)$$

ここに、 η :合成波の振幅関数、 C :波速、 C_g :群速度、 k :波数、 i :虚数単位、 K_r :反射率、 η_{sc} :散乱波の振幅関数、 r :散乱源からの距離である。

また、開境界 Γ_c 上で次の連続条件が課せられる。

$$\eta = \bar{\eta}, \quad CC_g \eta, n = CC_g \bar{\eta}, n \quad \text{on } \Gamma_c \quad (4)$$

ここに、 $\bar{}$ は外部領域における値を表す。

解析領域 Ω を水深変化を許容する内部領域 Ω_i と水深一定を仮定する外部領域 Ω_o とに分け、内部領域に著者らが従来提案した境界型有限要素法、外部領域に固有関数展開表示された解析解を用いる結合解法³⁾によって解析を行う。そして、開境界 Γ_c 上で満たされるべき連続条件を自然境界条件として満足させるためにハイブリッド型の変分原理を導入する。すると、上記の境界値問題に等価な汎関数は次のようになる。

$$\Pi(\eta, \bar{\eta}) = (1/2) \int_{\Gamma_i} CC_g \eta \eta, n d\Gamma + (1/2) \int_{\Gamma_s} CC_g \eta \eta, n d\Gamma + \int_{\Gamma_c} CC_g [(\bar{\eta}_{sc}/2 - \eta_{sc}) \bar{\eta}, n - \bar{\eta}_{sc} \eta_{ir, n}/2] d\Gamma \quad (5)$$

ここに、 Γ_i :内部領域の要素境界、 η_{ir} : $\eta - \eta_{sc}$ である。この汎関数を停留化し、内部領域を三節点三角形の境界型有限要素によって、また開境界 Γ_c をいくつかの節点をもつ特殊要素によって離散化を行うと、最終的に振幅関数 $\{\eta\}$ に関する連立一次方程式が得られる。

3. 解適応型計算法

誤差測度としては、振幅関数 η の補間誤差のエネルギーノルムを用い、各要素において次式で評価する。

$$E_e = \left[\int_{\Omega_{ie}} k \{ (v_h - \eta), i \}^2 d\Omega \right]^{1/2} \quad (6)$$

ここに、 η :厳密解、 v_h : η の補間関数、 k :要素重心位置での波数、 e :番目の要素である。(6)式の計算法は、文献²⁾に詳しい。

h 法は、誤差測度の大きい要素をさらに細かい要素に分割する方法であり、細分化の基本パターンを図-2に示す。そして、細分化は次式を満足する要素について行う。

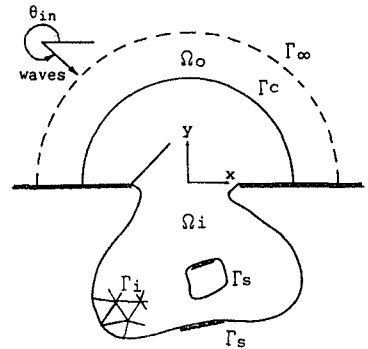


図-1 領域定義図

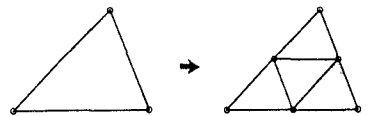


図-2 細分化の基本パターン

$$E_e \geq G E \quad (7)$$

ここに、 E :各要素の誤差測度の相加平均、 G :細分化のパラメータである。本報告では、 $G=2.0$ を用いている。

4. 数値計算例

数値計算例として、図-3に示す二重港口をもつ港湾内の波高分布解析を行った。水深形状は、A地点よりB地点に向かって一様上り勾配(1/29.4)であり、A地点より沖側では10m、B地点では1.5mである。計算条件として、入射波の周期は10秒とし、入射波の波向きは湾口に対して直角に入射するものとした。構造物壁面での反射率は境界C-B-E上で0.8、その他の境界では完全反射とした。図-3が解析に用いた初期の要素分割図であり、要素総数4938、節点総数2670である。図-4に計算された相対振幅分布を示す。そして、この計算結果から誤差測度を求め、要素の再分割を行った結果が図-5である。要素総数は7280、節点総数は3875にそれぞれ増加している。図より、湾口による散乱波や壁面からの反射波が横行している外港の要素が細分化されていることが分る。そして、この要素分割を用いて計算を行った結果が図-6である。図-7に、C-D上とC-B上の相対振幅の比較を示す。これらの結果より、内港の波高分布にかなりの差異があることが分る。これは、適応型計算法を用いることによって、要素数が増した外港の波の場がより正確に計算され、そのような差異が生じたと考えられる。また、C-B上にみられる解の振動現象も取り除かれていることが分る。

5. おわりに

本報告によって、h法に基づく解適応型計算法を港内波高分布解析に適用することの検討を行った。この結果、自動的に波高の変化に応じた要素分割が実現され、より精度面の信頼性が高い解析を行うことが可能となった。

参考文献 1) 樫山, 川原, 第42回年講, pp. II/662-663, 1987., 2) K. Kasiyama and M. Kawahara, Proc. of JSCE, No. 387, pp. 115-124, 1987., 3) K. Kashiya and M. Kawahara, Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 8, pp. 65-79, 1988.

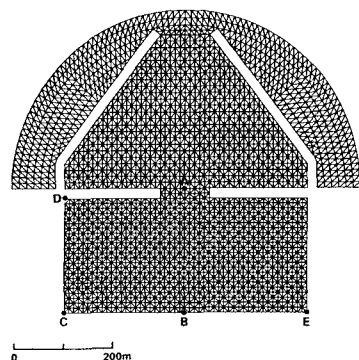


図-3 港湾の初期要素分割図

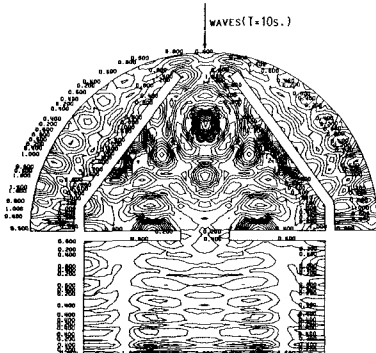


図-4 相対振幅分布図

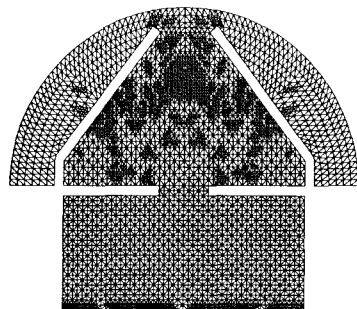


図-5 再分割後の要素分割図

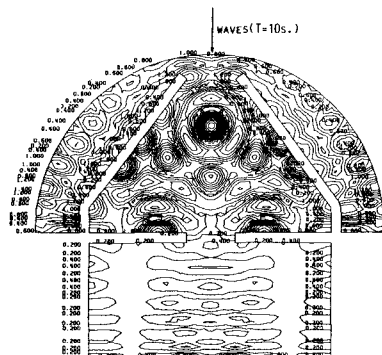


図-6 再分割後の相対振幅分布図

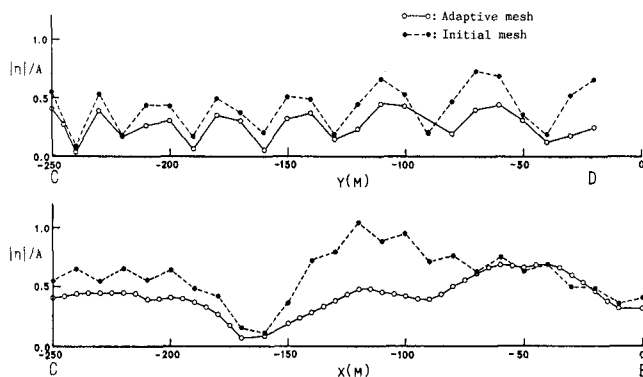


図-7 相対振幅の比較