

II-342 屈折・回折現象の有限要素法解析

東北大学工学部 学生員 ○ 田口 康典
 東北大学工学部 正 員 真野 明
 東北大学工学部 正 員 沢本 正樹

1. はじめに

定常振動をする微小振幅波の変形を表す方程式として、Berkhoff の緩勾配方程式¹⁾がある。この式は、複雑な海底地形や構造物の形状を考慮に入れて波の屈折・回折を計算できるので、その利用法がいろいろ提案され、有限要素法による解析も数多く行われている。本報告では、境界条件に透過率や計算領域外からの波の入射をパラメータで考慮できる第三種境界条件を用いて定式化²⁾を行い、理論値との比較から計算精度や適用性を検討する。さらに、一定水深および一樣勾配海底地形に防波堤が存在するモデルにおける屈折回折現象を考察する。

2. 支配方程式と境界条件

Berkhoff の緩勾配方程式は次式である。

$$\nabla(CC_0 \nabla \phi) + \frac{C_0}{C} \omega^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 C は波速、 C_0 は群速度、 ω は角周波数であり、 ϕ は速度ポテンシャル Φ を

$$\Phi(x, y; t) = \phi(x, y) \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

の形で、時間 t を変数分離したものである。また、式(1)の境界条件は次式となる。

$$-\frac{\partial \phi}{\partial \nu} + \frac{i\omega \alpha}{C} \phi = 2 \frac{i\omega \alpha}{C} \phi^i \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ν は境界外向きの単位法線ベクトル、 i は虚数単位、 ϕ^i は入射波振幅で、波が入射しない境界ではこの項は0になる。また α は透過率で、完全透過で $\alpha=1$ 、完全反射で $\alpha=0$ である。これは $\alpha=0$ の場合、または境界への入射が直角入射の場合には正しい関係を与える。

3. 理論値との比較

図1は、解析領域の有限要素メッシュ図である。まず、一定水深(5.0m)の基礎モデル(図1の防波堤を除いたもの)を使って、計算誤差を検討する。 $\phi^i=1$ の平面波を S_1 境界より直角入射させ波長を種々変えて計算し、奥部(S_2 境界:完全反射)における出力結果を理論値と比較した。波長が短くなると理論値との誤差が大きくなり、与えている入射波が沿岸方向に一樣であるにもかかわらず、沿岸沿いに波高変化が生じる。

これらの誤差を示したのが図2である。横軸には、有限要素三角形の一辺の長さ h と波長 λ との比 r を、縦軸には誤差の大きさをとり、沿岸方向の平均波高の理論値との相対誤差を $\times$ で、また沿岸方向の波高変化の標準偏差を理論値の波高で割ったものを $\circ$

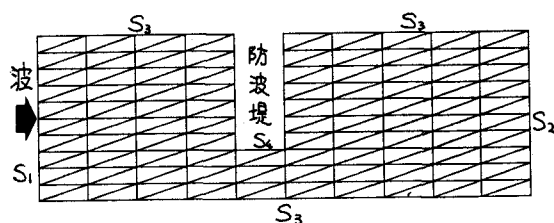


図1 有限要素メッシュ図

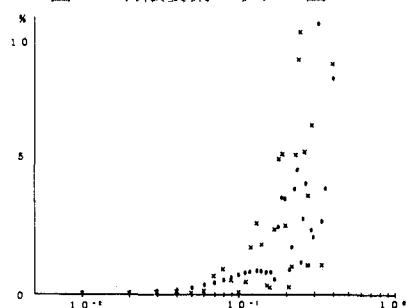


図2 誤差の範囲

で示した。これを見ると、両方の誤差は $r=0.15$ 付近で急に増加し、10%を超える。

よって、このプログラムで誤差 1% 以下の精度を得る為には、 $r < 0.1$ が必要であると言える。

4. 結果の考察

基本モデルとして、図1の海底地形を一樣勾配にして S_2, S_4 境界が完全反射の解析領域に、周期20s $\phi^1=1$ の平面波を直角入射させたモデル(図3)を考え、条件の違うモデルとを比較する。なお、勾配は S_1 境界では水深9.5m、奥部 S_2 境界で0.5mから決まる斜面であり、また、計算結果は等ポテンシャル線で表している。

まず、勾配を一定水深にしたモデル(図4)との比較である。図4は右下に回折現象が現れているが、図3は屈折効果が回折効果を打ち消すような形となり、等ポテンシャル線上には回折現象は現れていない。

基本モデルを流速分布で見ると、図5となる。入射波が S_2 境界で反射して、防波堤開口部から出ていく様子がわかる。

次に、 S_2, S_4 境界を部分透過にしたモデル(図6)との比較である。 S_2, S_4 境界の透過率を共に $\alpha=0.5$ にすると、重複波が少なくなり等ポテンシャル線の間隔が大きく開く。回折効果は先ほどと同様、屈折効果に打ち消されている。

最後に、周期40s のモデル(図7)との比較であるが、図4のときは屈折効果に打ち消されていた回折現象がはっきり現れている。

5. おわりに

この解析方法は波の屈折・回折・反射の現象を一度に扱えるので、実際の海岸に適用するのに有効な手段であると言える。

《参考文献》

- 1) J.C.W.Berkhoff: Computation of combined refraction-diffraction, Proc.13th Coastal Eng.Conf., ASCE, pp.470-490, 1972.
- 2) P.Tong & J.N.Rossettos 矢川元基 訳:
エンジニアのための有限要素法

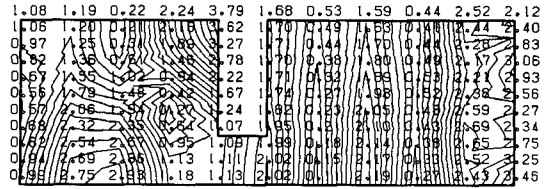


図3 等ポテンシャル線(周期20s 一樣勾配)

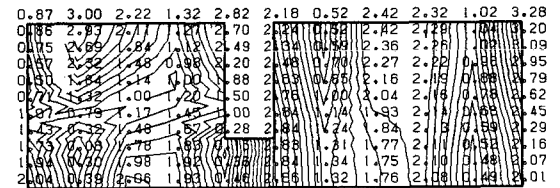


図4 等ポテンシャル線(周期20s 一定水深)

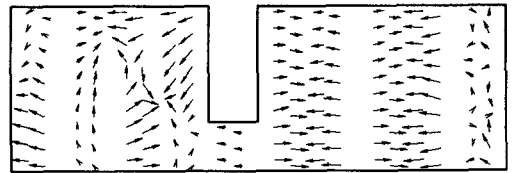


図5 流速分布

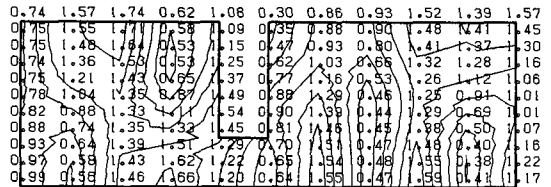


図6 等ポテンシャル線(周期20s 部分透過)

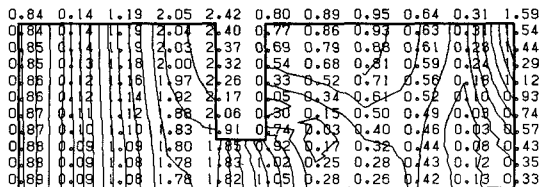


図7 等ポテンシャル線(周期40s 一樣勾配)