II-287　分散性を考慮した外海域における津波数値計算

（株）東京電力　正員○佐山順二
運輸省港湾技研　正員　後藤智明
東北大学工学部　正員　首藤伸夫

1．はじめに

津波数値計算はここ１０数年で飛躍的発展を遂げ，最大水位のみを問題とするなら，かなりの精度で再現できると言われている．しかし，水位の経時変化や流況に関しては，最大水位ほどの精度が得られていない．この主な原因は，初期波形の精度，計算の支配方程式の精度および数値計算上の誤差などである．そこで，数値計算上の誤差を小さくする高精度計算法が提案され[1)2)]，かなり良い結果を得ている．しかし，この高精度計算法は，計算において陰解法（収束計算）となり，高速計算が望まれる津波数値計算には不利な計算法である．そこで，本研究では陽的に計算できる高精度計算法を導き，その精度および適用範囲について検討する．

2．一次元伝播問題における陽解法高精度計算法

ここでは，一次元伝播問題として考える．リープフロッグ法を用いた陰解法高精度計算式は，式(1)で与えられる．

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}=0 \\ &\frac{\partial M}{\partial t}+c_0^2\frac{\partial\eta}{\partial x}=a\,\frac{\partial^3 M}{\partial t\partial x^2} \end{aligned}\right\}\quad(1)$$

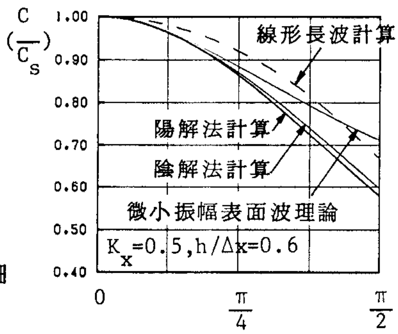
$$a=\frac{h^2}{3}-\frac{\Delta x^2}{12}(1-K_x^2)$$

ここで，
η ：水位　，　M ：線流量　，　c_0^2 ：線形長波波速 $\sqrt{gh}$
g ：重力加速度　，　h ：静水深
$K_x = c_0^2\dfrac{\Delta t}{\Delta x}$
Δt ：時間方向差分格子幅　，　Δx ：空間方向時間格子幅

いま，式(1)の右辺を線形長波理論の関係を用いて書き換えると，式(2)となる．

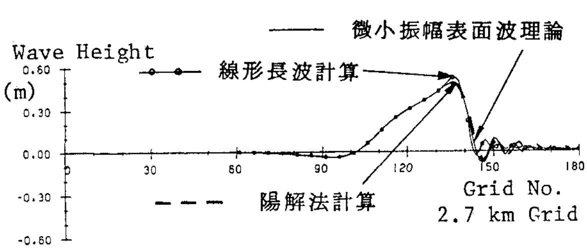
$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}=0 \\ &\frac{\partial M}{\partial t}+c_0^2\frac{\partial\eta}{\partial x}+a\,c_0^2\,\frac{\partial^3\eta}{\partial x^3}=0 \end{aligned}\right\}\quad(2)$$

式(2)は陽的に計算できる．



図－1　波数分散性(1)

式(2)の波数分散性を求める．波数分散性は式(2)の差分式にフーリエ級数展開を導入することにより求まる[1)]．図－1は，h/Δx=0.6，Kx=0.5の場合の各計算法による波数分散性を表したものである．細実線は微小振幅表面波理論，実線は陰解法高精度計算，太実線は陽解法高精度計算，点線は線形長波計算の波数分散性である．この図から，陽解法においても陰解法と同程度の精度が得られると思われる．　図－2は，水深2500mの水平床上の長波伝播を例にして，微小振幅表面波理論解，線形長波計算および陽解法高精度計算結果を比較したものである．初期波形には十勝沖地震津波の代表的な一断面波形を用いた．差分格子間隔は2.7kmである．陽解法高精度計算は真値と見なし得る微小振幅表面波理論とよく一致し，精度の向上が計られている．



図－2　理論値との比較

次に，陽解法高精度計算法の適用限界について検討する．

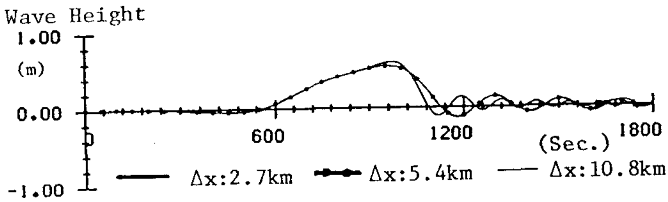
陽解法高精度計算法の適用限界は，上限は式(2)の差分式の安定条件，下限は打ち切り誤差の高次項の影響が無視できる値と考えてよい[2)]．式(2)の差分式の波速は式(3)で与えられ，安定領域は$0 \leqq S \leqq 1$である．

$$\frac{C_e}{C_0} = \frac{\sin^{-1}(S^{1/2})}{\omega_x K_x} \quad (3)$$

ここで，$S = K_x^2 \sin^2 \omega_x \left(1 - 4\frac{a}{\Delta x^2}\sin^2 \omega_x\right)$　，ω_x：無次元波数

下限は，図－１から分かるように陽解法の分散性は陰解法とほぼ同じであり，陰解法高精度計算法の下限適用限界と等しいとみてよい[2)]．以上のことより，一次元問題における陽解法高精度計算の適用範囲は$0.3 < h/\Delta x < 1.0$である．

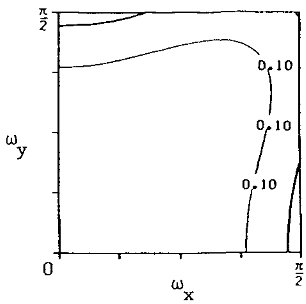
図－３は，差分格子幅(Δx)を 2.7km, 5.4km, 10.8kmとしたときの，陽解法高精度計算結果である．水深はh=5000mの水平床．初期波形は，図－２と同じである．$h/\Delta x$はそれぞれ，1.9, 0.9, 0.5であり，Δx=2.7kmのみは適用上限外であり，他の２つは適用範囲内である．適用範囲内の２つはよい一致を示すことが分かる．計算時間を比較すると，線形長波計算 3sec.，陰解法高精度計算65 sec.，陽解法高精度計算 4sec.であった．（NEC ACOS-2000　使用）



図－３　陽解法高精度計算法による計算結果

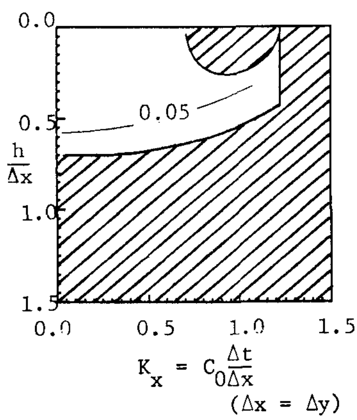
３．二次元伝播問題における検討

二次元伝播問題における陽解法高精度計算法の波数分散性（微小振幅表面波理論との比）を求めると，図－４となる．この図は，$h/\Delta x$ = 0.1, $K_x = K_y = 0.5$の場合である．この図より，差分格子の軸方向には分散性の誤差が大きく，軸方向に対して45°の方向では分散性の誤差が小さいと言うことがわかる．軸方向分散性は一次元伝播問題の場合と同じである．このことより，前述の一次元伝播問題における検討は，二次元伝播問題にも適用できると思われる．ただし，計算の安定条件は異なるため，適用範囲が一次元の場合と異なる．



図－４　波数分散性(2)

図－５は，二次元伝播問題における陽解法高精度計算の波数分散性である．ただし，微小振幅表面波理論との比を波数について平均化し$h/\Delta x$とK_xとの関係となっている．斜線部が計算の不安定領域であり，一次元の場合と同じように求められる．これにより，上限は $h/\Delta x$ < 0.6, 0.7であり，二次元問題では適用範囲が非常に狭いことが分かる．



図－５　波数分散性(3)

４．おわりに

本研究では，陽解法高精度計算法の精度について検討した．その結果，適用範囲内では真値と見なせる微小振幅表面波理論の解とよく一致し，かつ高速計算が可能であることが分かった．しかし，二次元問題では，その適用範囲は陰解法に比べ非常に狭く，太平洋の様な勾配のきつい水深をもつ地域では不利であることが分かった．

参考文献

1)佐山順二，今村文彦，後藤智明，首藤伸夫：外海域における津波の高精度計算法に関する検討，第34回海岸工学講演会論文集，pp.177-181, 1987

2)佐山順二，後藤智明，首藤伸夫：外海域における津波高精度計算の改良，昭和62年度東北支部，1988