II-280 最小２乗法を用いた微小反射波の反射率の推定について

北海道大学工学部 正 員 浜中 建一郎
北海道開発ｺﾝｻﾙ 正 員 早野 亮
北海道大学工学部 正 員 佐伯 浩

まえがき　造波水路を用いて種々の実験を行う際、水路端での波の反射を出来るだけ小さくする必要にせまられることが度々起こる。そのような場合、緩斜面を設けたり、砕石を投入したりなど種々の工夫が試みられるが、実際に出来上がった消波工の反射率を調べる時、通常用いられるヒーリーの方法ではいくつかの問題が生ずる。第一には、反射波の反射位置は一般には未知のため、部分重複波の腹と節の位置が分からないこと。又、第二には、波高の最大値と最小値を測定する際の測定器のノイズやデータのばらつきが、最大値と最小値の差を大きく見積らせること。特に本研究の様な反射そのものが小さい場合、その影響が大きい。そこで本研究では、最小２乗法を用いて反射率を推定する方法を考え、微小反射波の実験データによりその方法の有効性を検討した。

反射率の推定法　入射波を η_i、反射波を η_r、波数を k、周波数を ω とする。通常の造波実験を考えて、ω は既知とし、k は線形理論より求めることとする。部分重複波 η は、

$$\eta = \eta_i + \eta_r = a\sin(kx-\omega t) + b\sin(kx+\omega t+\delta)$$
$$= A_s\cos(\omega t+\theta_s) \qquad ; A_s = a^2+b^2-2ab\cos(2kx+\delta)$$

点 x_i での A_s の観測値を D_i とすると、D_i^2 と A_s^2 の２乗誤差は、

$$\sigma^2 = \Sigma(D_i^2-A_s^2)^2 = \Sigma(D_i^2-A^2+B+BC_i)^2 \quad ; A=a^2+b^2,\ B=2ab,\ C_i=\cos(2kx_i+\delta)$$

ある δ のもとで σ^2 が最小となる様 $\partial\sigma^2/\partial A=0$ ， $\partial\sigma^2/\partial B=0$ 　をもとめると

$$B = -\frac{\Sigma(1+C_i)D_i^2 - A^2\Sigma(1+C_i)}{\Sigma(1+C_i)^2}, \quad A^2 = \frac{\Sigma D_i^2 - \frac{\Sigma(1+C_i)D_i^2}{\Sigma(1+C_i)^2}(N+\Sigma C_i)}{N - \frac{\Sigma(1+C_i)}{\Sigma(1+C_i)^2}(N+\Sigma C_i)} \quad ;N\text{は測定回数}$$

求まった A と B から２次方程式を解いて入射波振幅 a と反射波振幅 b が求まる。さらに δ の値を変えて同様の計算をしその中で誤差 σ^2 が最小となるときの振幅を推定振幅とし、その比から反射率が求まる。

実験及び考察　実験は幅３０ｃｍ、深さ１ｍ、長さ２４ｍの水路の端に径２から３ｃｍの砕石で１／１０の勾配の斜面を設けて行われた。水深は２０ｃｍに固定し、周波数は２Ｈｚから０．８Ｈｚの間で変化させ種々の入射波高の基で水位変動の測定を行った。水位変動は約半波長分場所を変えながら一ヶ所で３から５波測定し平均をとってその場所の波高とした。図１と図２は、２Ｈｚと１Ｈｚの場合の σ と δ の関係を示し、前者は δ がばらつき質の悪いデータの例で後者は良い例である。図３と図４は包絡線の測定値と推定値との比較である。この図から分かるように、反射率が小さい場合は、包絡線の腹と節の位置を測定値だけから決めるのは難しく、又測定値の最大値と最小値からヒーリーの方法で反射率を求めると、含まれているノイズにより過大評価を与えることが分かる。図５は得られた反射率と波形勾配（ H/L ）との関係を示す。この図から、反射率は周期が同じ場合には波形勾配に依存せずほぼ一定であることが分かる。図６は周期毎に平均した反射率と、相対水深（ h/L ）との関係を示す。この図から、相対水深の小さい（今の場合波長が長い）波ほど反射率が大きくなっており、この方法が妥当であることを示している。

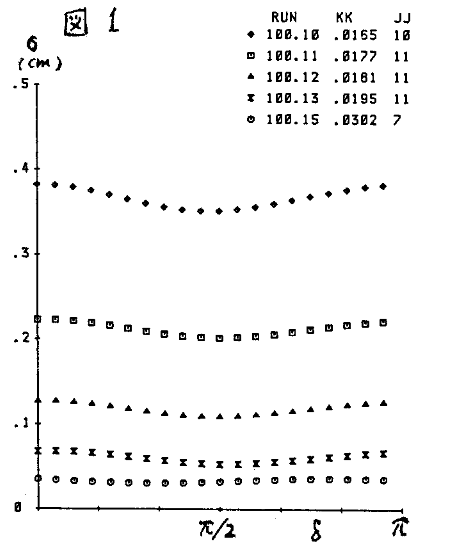
図 1
RUN KK JJ
100.10 .0165 10
100.11 .0177 11
100.12 .0181 11
100.13 .0195 11
100.15 .0302 7
σ (cm)
π/2
δ
π

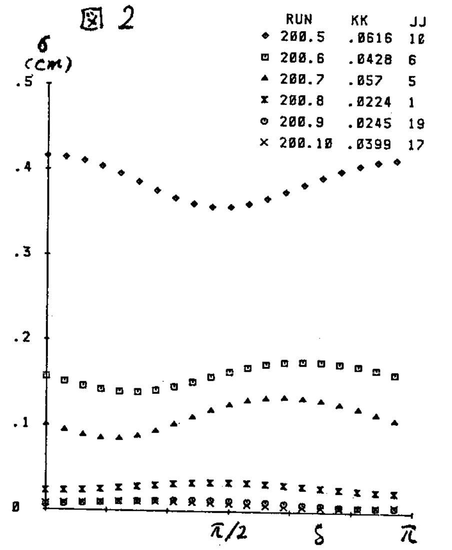
図 2
RUN KK JJ
200.5 .0616 10
200.6 .0428 6
200.7 .057 5
200.8 .0224 1
200.9 .0245 19
200.10 .0399 17
σ (cm)
π/2
δ
π

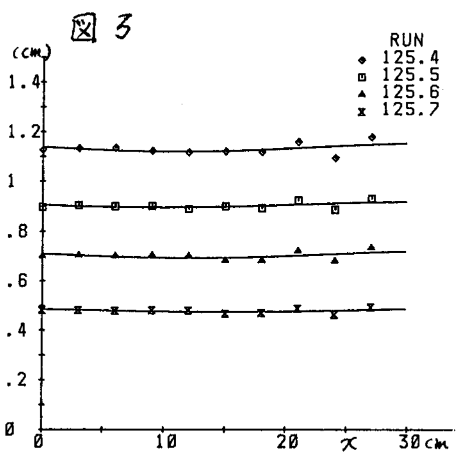
図 3
RUN
125.4
125.5
125.6
125.7
(cm)
x
30 cm

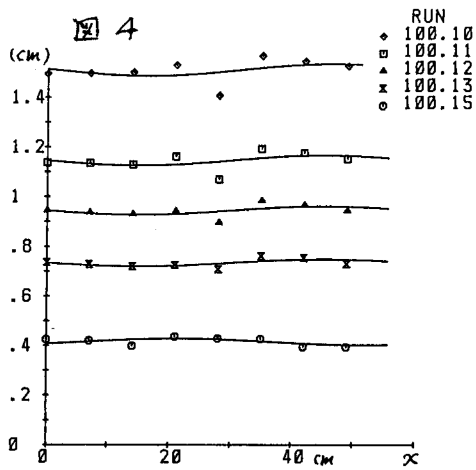
図 4
RUN
100.10
100.11
100.12
100.13
100.15
(cm)
40 cm
x

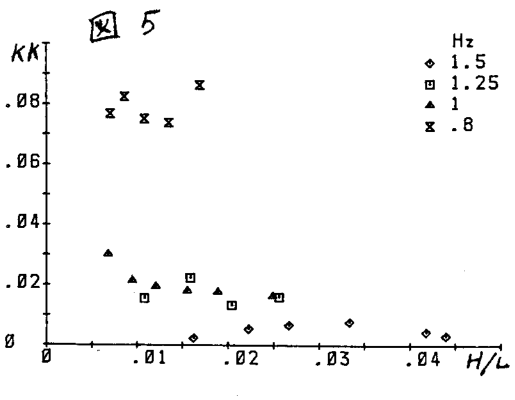
図 5
Hz
1.5
1.25
1
.8
KK
H/L

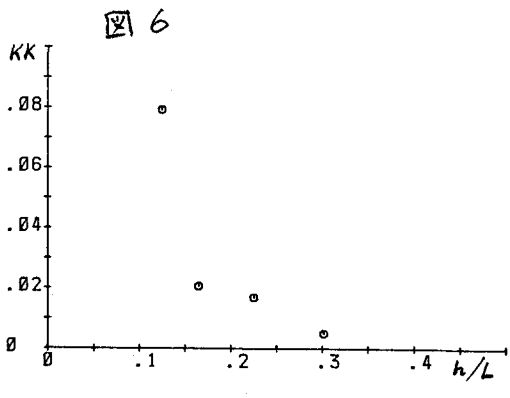
図 6
KK
h/L