

II-255

LESモデルにおける格子乱流粘性に関する一考察

清水建設(株) 大崎研究室 正会員 高梨 和光

1. はじめに

スーパーコンピュータの普及とともに大規模なシミュレーションが可能になってきている。特に、流体解析の分野ではCFD(Computational Fluid Dynamics: 計算流体力学)という流体现象を解明する方法のひとつとしてシミュレーションが行われている。このようなシミュレーションで乱流現象を取り扱う場合、変動速度成分 u_i' によって生み出される平均速度成分 U_i への影響を評価化し、乱流モデルとして平均速度成分 U_i の方程式系に組み込まなければならない。乱流モデルには、勾配拡散モデル、1方程式モデル、2方程式モデル、応力方程式モデルやLESモデル(Large Eddy Simulation)等が提案されている。これらのモデルの中でLESモデルは空間平均によって切断される高周波成分を格子乱流粘性 ν として反映させる格子平均モデルであるが、粗視化スケールの大きさを差分割子の大きさに対応させてモデルの構築を行うために実用的な方法として広く用いられるようになってきている¹⁾。しかしながら、LESモデルは統計理論や次元解析を用いてモデル化が行われているために、格子乱流粘性 ν の係数 C に経験的な値が用いられている。このために、LESモデルでは噴流のように異方性がある乱流現象を十分に説明することが難しい。そこで、本研究では空間変動速度成分 u_i' が乱流場に含まれる格子以下の渦によって生じるものとして、異方性のある乱流場での格子乱流粘性 ν を求めるものである。

2. 空間変動速度成分 u_i' と空間平均速度成分 U_i との関係

各点の速度成分 u_i を粗視化スケール dx_i にわたって空間平均して得られる空間平均速度成分 U_i は、

$$U_i = \frac{1}{V} \int_V u_i dV \quad (1)$$

となる。ここで、 $dV=dx_1 dx_2 dx_3$ である。このとき、速度成分 u_i は空間平均速度成分 U_i と空間変動速度成分 u_i' を用いて、

$$u_i = U_i + u_i' \quad (2)$$

と表すことができる。これは、乱流場を空間平均された流れとその流れの中を漂う大きさの異なる渦の重ね合わせとして考えた場合、空間変動速度成分 u_i' は粗視化スケール dx_i 以下の渦によって生じていることを示している²⁾。

粗視化スケール dx_i 内では、大きな渦も小さな渦も存在するが、大きな渦によって生じる空間変動速度成分 u_i' は空間平均速度成分 U_i の速度差 dU_i と同じくらいの大きさである³⁾。このとき、空間平均速度成分 U_i の速度差 dU_i は空間平均速度成分 U_i の勾配 $\partial U_i / \partial x_k$ と粗視化スケール dx_k を用いて、

$$dU_i = \frac{\partial U_i}{\partial x_k} dx_k \quad (3)$$

となる。

一方、小さな渦によって生じる空間変動速度成分 u_i' は大きな渦によって生じる空間変動速度成分 u_i' よりも小さいので、空間平均速度成分 U_i に大きな影響を与えない。したがって、空間平均速度成分 U_i に大きな影響を与えるのは粗視化スケール dx_k と同じくらいの直径 λ_k を持つ渦である。以上のことから、空間変動速度成分 u_i' は空間平均速度成分 U_i の勾配 $\partial U_i / \partial x_k$ と粗視化スケール dx_k と同じくらいの渦の直径 λ_k を用いて、

$$u_i' \approx \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \lambda_k \quad (4)$$

と表すことができる。

3. 異方性乱流場における格子乱流粘性

空間平均によって得られるレイノルズ応力 R_{ij} は、

$$R_{ij} = -\frac{1}{V} \int_V u_i' u_j' dV \quad (5)$$

である。

i 成分の渦の回転方向と j 成分の渦の回転方向が互いに反対方向であることを考慮して、空間変動速度成分 u_i' を空間平均速度成分 U_i の勾配 $\partial U_i / \partial x_k$ と粗視化スケール dx_k と同じくらいの渦の直径 λ_k を用いると空間平均によって得られるレイノルズ応力 R_{ij} は、

$$R_{ij} \approx \frac{1}{V} \int_V \nu_{kj} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} dV \quad (6)$$

と表すことができる。このとき、格子乱流粘性 ν はテンソル量となり、

$$\nu_{kj} \approx \lambda_k \lambda_l \frac{\partial U_j}{\partial x_l} \quad (7)$$

と表すことができる。したがって、格子乱流粘性 ν は粗視化スケール dx_k に対応する渦の直径 λ_k に比例することが明らかになった。

4. おわりに

本研究によって、LESモデルにおける異方性乱流場の空間変動速度成分 u_i' が主に乱流場に含まれる粗視化スケール dx_k と同じくらいの渦によって生じ、このために格子乱流粘性 ν が k 成分の渦の直径 λ_k 、 l 成分の渦の直径 λ_l と空間平均速度成分 U_j の勾配 $\partial U_j / \partial x_l$ に比例することが明らかになった。

謝辞

本研究を行うにあたり、適切な御助言を与えて下さった運輸省船舶技術研究所 日夏宗彦氏に記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 谷 一郎 編：流体力学の進歩 乱流，丸善
- 2) ランダウ，リフシッツ：流体力学1，東京図書
- 3) バナード・ル・メオーテ：応用流体力学入門，東京大学出版会