

II-238 軸対称に拡がる内部フロント流のモデル

徳島大学工学部 正員 吉田 弘
 大阪大学工学部 正員 室田 明
 神戸大学工学部 正員 道奥 康治

1. はじめに; 密度成層境界面を流れる密度フロント流は例えば, 貯水池において流入濁水塊により形成される中層密度流のように広く自然界においてみられる現象である。従来は流体に作用する主要な支配力を取り上げこれらの釣り合いにより規定される各領域毎に固有の伝播則が導出されてきた。¹⁾²⁾ しかし広範な時空間スケールにおいて現象を把握するにはすべての作用力を厳密に評価し, これら相互のバランスにより現象を記述する必要がある。現象を支配する基礎方程式は非線型偏微分方程式であり解析的には解けない。そこでフロント流体に対し合理的な仮定を設け, これに基づいて流体塊に作用する力を評価し, これらの力の釣り合いより構成される運動方程式を定式化することによってフロント流体の挙動を記述することを試みた。

2. モデルの概要; 物理モデルの作成にあたり以下の仮定を設ける。

- (1) 図-1に示すようにフロントは厚み一定, 円柱状とする。
- (2) 流動に伴ないフロントは相似形を保持して変形する。
- (3) 流れは半径方向の軸対称一次元流とする。
- (4) 静水圧分布が成立する。
- (5) 密度界面での連行は無視しフロント密度は均一かつ不変とする。
- (6) 流動は層流とし層流型の抵抗を受ける。

〈関連水理量〉

F_t : フロント流体に作用する非定常慣性力, F_i : 定常慣性力, F_g : 有効重力, F_v : 粘性抵抗, h : フロント厚, R : フロント半径, Q : 流入流量, ρ_1 : 上層密度, ρ_f : フロント密度, ρ_2 : 下層密度, ν : 動粘性係数

〈フロント体積 V に関する連続式〉

$$Q \cdot t^\alpha = \pi R^2 h = V \quad (1)$$

〈作用力の各成分〉

$$\text{非定常慣性力: } F_t = \frac{d}{dt} (\rho_f V \frac{dR}{dt}) = \frac{d}{dt} (\rho_f Q t^\alpha \frac{dR}{dt}) \quad (2)$$

$$\text{定常慣性力: } F_i = \frac{1}{2} \rho_f \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \cdot 2\pi R h = \rho_f \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \frac{Q t^\alpha}{R} \quad (3)$$

$$\text{有効重力: } F_g = \frac{1}{2} \rho_f g' h^2 \cdot 2\pi R = \rho_f \frac{g' Q^2 t^{2\alpha}}{\pi R^3} \quad (4)$$

$$\text{粘性抵抗: } F_v = n \tau_1 \cdot \pi R^2 = \frac{f}{2} n \rho_f \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \cdot \pi R^2 = \frac{C}{2} n \rho_f \nu \left(\frac{dR}{dt} \right) \frac{\pi^2 R^4}{Q t^\alpha} \quad (5)$$

ここに, C は流速分布が決れば決定される定数であり層流型の放物線分布の場合 $C = 1.86$ となる。式(5)中の n は表面フロント流の場合 $n = 1$, 内部フロント流の場合 $n = 2$ である。また式(4)中の g' は有効重力加速度で次式で表現される。

$$g' = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \cdot \frac{\rho_f - \rho_1}{\rho_f} g \quad \lambda = \frac{\rho_2 - \rho_f}{\rho_f - \rho_1} \quad \left(\begin{array}{l} \text{表面フロント流の場合 } \rho_1 = 0 \text{ と} \\ \text{すれば同様に得られる。} \end{array} \right)$$

式(2)~(5)より次式のごとく運動量方程式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \left(t^\alpha \frac{dR}{dt} \right) = \frac{g' Q t^{2\alpha}}{\pi R^3} - \frac{t^\alpha}{R} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{n C \pi^2 \nu R^4}{2 Q^2 t^\alpha} \left(\frac{dR}{dt} \right) \quad (6)$$

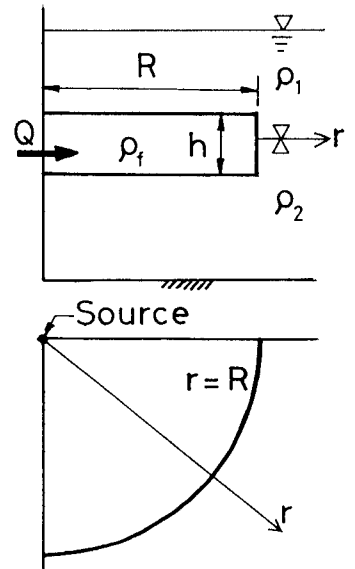


図-1 水理諸量の定義

式(6)を次の長さスケール L および時間スケール T を用いて規準化すると式(7)が次のように得られる。

$$L = \left(\frac{2Q^2}{n C \pi^2 \nu} \right)^{\frac{\alpha+2}{4(3-\alpha)}} \left(\frac{g' Q}{\pi} \right)^{\frac{1}{4(3-\alpha)}} \quad T = \left(\frac{2Q^2}{n C \pi^2 \nu} \right)^{\frac{1}{(3-\alpha)}} \left(\frac{g' Q}{\pi} \right)^{\frac{1}{(\alpha-3)}}$$

$$\frac{d}{dt} \left(t^\alpha \frac{dR}{dt} \right) = \frac{t^{2\alpha}}{R^3} - \frac{t^\alpha}{R} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{R^4}{t^\alpha} \left(\frac{dR}{dt} \right) \quad (7)$$

(II)
(I)
(II)
(III)

ただし式(7)において t および R は無次元量である。

3. 解析結果と検討

(1) 流入パラメータ α の影響

図-2は初期半径 R_0 および初期流入流速 U_0 を固定し α のみを変化させた場合について内部フロント流の先端位置の経時変化を計算したものである。 α の影響は全領域的に表われており、 α の小さな場合、初期は比較的速度で拡がっているが次第に慣性を失いゆっくりと拡がるようになる。 α の大きな場合には逆に次第に慣性を得るため後半で比較的速度く拡がるようになる。

α は流入フラックスの形態を規定するパラメータであり $\alpha=1.0$ が連続的に流入する場合、 $\alpha=0$ が固定量の瞬間投入の場合にそれぞれ相当する。

(2) 水理実験結果との比較

別途行った内部フロント流に関する水理実験結果³⁾に対し本モデルを適用し比較した例を図-3に示す。計算値も実験値と同様に $t=1.0$ 付近を境として慣性力と重力が支配的な"Gravity-Inertia Sub-region"および粘性力と重力が支配的な"Gravity-Viscous Sub-region"の相異なる2つの領域に分れており、それぞれ次元解析的に誘導された各領域固有の伝播則とほぼ同様な伝播特性を示している。本モデルは水理実験値をほぼ良好に再現しており現象を支配する力のモデル化が妥当であることが確認できる。図-4に式(7)中における各項の流下に伴う変化を示す。初期は非定常慣性力および定常慣性力を合わせた全慣性力項が有効重力項とほぼ釣り合い粘性力の影響は小さい。これに対し、以後は逆に粘性抵抗項が有効重力項とほぼ平衡し慣性力の寄与が小さくなる。

4. むすび；本研究では簡便な物理モデルにより密度フロント流を全領域にわたって統一的に記述し良好な結果を得た。実際現象においては $\alpha=0$ と $\alpha=1.0$ の中間的な値となるような流入形態をとる場合の方がむしろ多いと考えられる。本モデルでは流入条件を α の値によって一般的に記述しており実用的であると考えられる。

(参考文献)

- 1) N. Didden and T. Maxworthy: J.F.M., Vol. 121, pp. 21-42, 1982.
- 2) 室田・道奥・吉田：第32回水理講演会論文集
- 3) 室田・道奥・吉田：昭和63年度関西支部年次講演会概要集

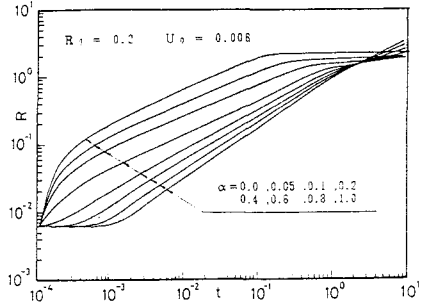


図-2 流入形態に伴う伝播特性の変化

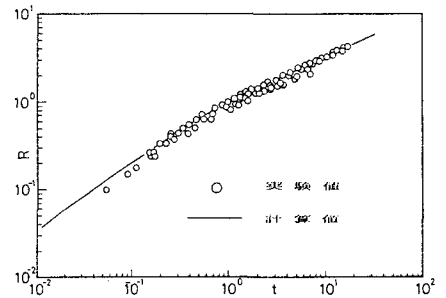


図-3 内部フロント流の伝播特性に関する実験値と理論の比較

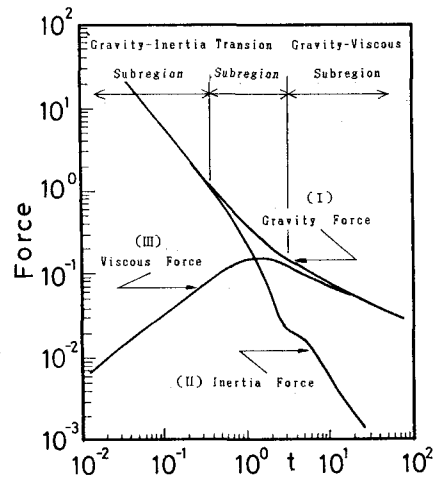


図-4 流下に伴う各作用力成分の変化