

II-229 エラスチカと円の組み合わせとみたるラバーダムの形状について

日本大学工学部 ○木村喜代治 高橋迪夫 長林久夫

水や空気を柔軟性のある袋体に入れ膨張させることにより堰を形成させるものを、袋体の使用材料から通常、ゴム引布製起伏堰(ラバーダム)と言う。これは昭和30年前後より使われ始め(考案者の名をつけて Mesnager 堰とも言われる)¹⁾、現在わが国でも 1200 例近くになっている。この横断形状は Hydrostatic Curve に属する(Bernoulli の Lintearia) もであり、Euler の Elastica と相似²⁾である。H.O.Anwar (1967), A.M.Binnie (1972), R.Watson(1985)などの研究や、ゴム引布製起伏堰技術基準³⁾などによって袋体形状の計算法が明らかにされている。またラバーダムを河口付近に設置し通常の堰上げによる上流側水位の上昇を目的とするばかりでなく、海側からの塩水遡上の防止を目的とするものも建設されている。

本報はこのようなことから断面の計算法として新しいものではないが、ラバーダム形状をエラスチカと円の組み合わせとの再認識のもとに塩水など真水と比重の異なるものも考慮して、上、下流水位は最高で堰頂までのものにつき解説した。これにより、ややわかり難い計算法が少し理解し易くなると考える。

1. エラスチカについて

エラスチカを大別すると Fig.1 のように x 軸と交わり、この点を変曲点とする曲線群(仮に第1種のエラスチカと称す⁴⁾)と変曲点のない曲線群(仮に第2種エラスチカと称す⁴⁾)とがある(両曲線群は $k=1$ で一致し周期性を失う)。エラスチカの基本式は

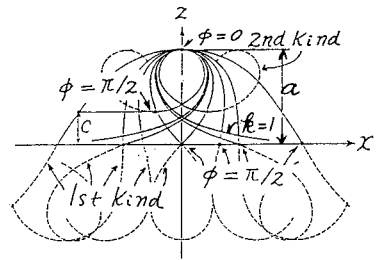


Fig.1

$$rz = A^2 \quad (1)$$

ただし r : 曲率半径, A : 定数. 第1種エラスチカを式(2)に, 第2種エラスチカを式(3)に示す。

$$\left. \begin{aligned} s &= A F(k, \phi), S = A K(k) \\ x &= A [2E(k, \phi) - F(k, \phi)] \\ d &= A [2E(k, \pi/2) - K(k)] \\ z &= 2kA \cos \phi, a = 2kA \\ r_{\min} &= A/(2k), k = \sin(\beta/2) \\ \sin(\beta/2) &= k \sin \phi \end{aligned} \right\} (2), \quad \left. \begin{aligned} s &= Ak F(k, \phi), S = Ak K(k) \\ x &= (A/k) [2E(k, \phi) - (2-k^2)F(k, \phi)] \\ e &= (A/k) [2E(k, \pi/2) - (2-k^2)K(k)] \\ z &= (2A/k) \sqrt{(1-k^2 \sin^2 \phi)} \\ a &= 2A/k, c = 2Ak' / k, r_{\min} = Ak/2, r_{\max} = Ak/(2k') \\ k &= \sqrt{(1-c^2/a^2)}, c/a = k', \beta = 2\phi \end{aligned} \right\} (3)$$

s : 頂点より測った曲線長, S : $\phi = \pi/2$ までの曲線長, d, e : $\phi = \pi/2$ までの x , $K(k), F(k, \phi)$: 第1種楕円積分, $E(k), E(k, \pi/2)$: 第2種楕円積分, k : 母数, k' : 補母数, ϕ : 楕円積分の偏角, β : 接線と x 軸とのなす角。

2. 基本事項

ラバーダムの袋体の重量は薄い布状であるから理論計算では無視する。曲線群としてのエラスチカは2個の要素が決まれば1つの曲線が確定する。この2要素はどれを取ってもよいが、1つは袋体内部の圧力と形状から決まる袋体の張力 T に関係する定数 A と曲線の最高高さ a を採用しよう。 a の値は内部の圧力と堰高および上、下流水深などによって計算される。 a と A を与えると、ダムの支点間距離 D , 曲線長 L , 傾き角, など断面形状が決定される。またこの関係を利用すれば D, L や外圧条件を与えて、そのほかの物理量が計算される。袋体の張力 T は1つのダムで一定値であり、

$$T = \Delta p \cdot r \quad (4)$$

Δp : 堰体内外の圧力差。本報では上流側に淡水, 下流側に海水を想定し、それぞれ添字1, 2 を付けた。

3. 空気膨張ダム

Fig.2 で水面より露出しているBOF は圆弧, 水面下のAEとBFはエラスチカである。 z 軸を図の様にとる。

$T = \rho g z_1 r = \rho g A_1^2 = \rho s g z_2 r = \rho s g A_2^2 = p_i r_0, p_i / \rho g = a_1'$ ここで p_i はダム内部の空気圧, よって

$$A_1^2 = T / \rho g, \quad A_2^2 = T / \rho s g = A_1^2 / \gamma_s \quad (5) \quad \gamma_s : \text{比重}$$

$$a_1^2 = a_1'^2 + 2a_1' Y_1, \quad a_2^2 = a_2'^2 + 2a_2' Y_2, \quad a_2' = a_1' / \gamma_s \quad (6)$$

これより $k_1^2 = a_1^2 / 4A_1^2 < 1$ なら 1st E.

$$k_1^2 = a_1^2 / 4A_1^2 > 1 \text{ なら, 改めて } k_1^2 = 4A_1^2 / a_1^2 \text{ と置き, このとき 2nd E.} \quad (7)$$

式(7)は添字1の上流側の関係であるが, 全く同様に添字2で下流側の関係が示される。

① 第1種エラスチカるとき

(a) $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ の計算: 式(2)を参照して

Fig.2のA点, E点では,

$$\beta_1 = \cos^{-1} [1 - 2k_1^2 \{1 - ((a_1' - H_1)/a_1)^2\}] \quad (8)$$

$$\beta_3 = \cos^{-1} [1 - 2k_1^2 \{1 - (a_1' / a_1)^2\}] \quad (9)$$

同じくB, F点では上2式右辺の添字1を2に変えることにより β_2 は式(8), β_4 は式(9)で示される。

(b) D_1, D_2 および曲線長 L_1, L_2 などの計算: 式(2)を参照して(a)と同様に計算される。

② 第2種エラスチカるとき

(a) $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ の計算: 式(3)を参照してFig.2のA, E点では, それぞれ

$$\beta_1 = 2 \sin^{-1} [1/k_1 \cdot \sqrt{1 - ((a_1' - H_1)/a_1)^2}] \quad (10)$$

$$\beta_3 = 2 \sin^{-1} [1/k_1 \cdot \sqrt{1 - (a_1' / a_1)^2}] \quad (11)$$

前項と同様に上2式右辺の添字1を2に変えることにより β_2 は式(10), β_4 は式(11)で表せる。

(b) D_1, D_2 および曲線長 L_1, L_2 などの計算: 式(3)を参照して(a)と同様に計算される。

4. 水膨張ダム

Fig.3においてダム内部の水は上流と同じ淡水とする。

この場合AEは円弧, EOFは z_1 , FBは z_2 を z 軸として図の様に

とったときの第2種エラスチカである。下流側が淡水のときFBは円弧になる。

$$T = \rho g z_1 r = \rho g A_1^2 = \rho g (\gamma_s - 1) A_2^2,$$

$$\therefore A_1^2 = T / \rho g, A_2^2 = T / \rho g \cdot 1 / (\gamma_s - 1) = A_1^2 / (\gamma_s - 1) \quad (12)$$

$$a_1^2 = 4A_1^2 + c^2, \quad a' = (c + Y_2) / (\gamma_s - 1) \quad (13)$$

F点でEFより $\sin^2 \phi_4 = 1/k_1^2 - (c + Y_2)^2 / 4A_1^2$, またFBより

$$k_2 = \sqrt{1 / (a'^2 / 4A_2^2 + \sin^2 \phi_4)} \quad (14)$$

(a) $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ の計算: 式(3)を参照して上図のE点で, エラスチカより

$$\beta_3 = 2 \sin^{-1} [1/k_1 \cdot \sqrt{1 - (c + Y_1)^2 / a_1^2}] \quad (15), \text{ また } r_0 = A_1^2 / (c + Y_1), \text{ AE が円弧であることより}$$

$$\beta_1 = \cos^{-1} [\cos \beta_3 - H_1 (c + Y_1) / A_1^2], \quad \beta_0 = \beta_1 - \beta_3 \quad (16), \quad \text{F点がエラスチカより}$$

$$\beta_4 = 2 \sin^{-1} [1/k_1 \cdot \sqrt{1 - (c + Y_2)^2 / a_1^2}] \quad (17), \quad \text{エラスチカFBのB点より}$$

$$\beta_2 = 2 \sin^{-1} \sqrt{1/k_2^2 - (a' - H_2)^2 / 4A_2^2} \quad (18).$$

(b) D_1, D_2 および曲線長 L_1, L_2 などの計算: 式(3)を参照して(a)と同様に計算される。

なお $\rho_s \rightarrow \rho$ すなわち $\gamma_s \rightarrow 1$ のときFBは円弧となり, エラスチカとしての計算は円弧の計算に一致する
—参考文献—

- 1) Laurent J.; Le L.C.H.F., Travaux, pp.177-178, mai 1955. Vennin L.; Le L.C.H.F., Extrait de la Revue Tech. du Pétrole, mars 1963.
- 2) 木村喜代治; 第17回年講, 昭和37年5月, および On the Hydrostatic Curve, 日大工研彙報, 昭和42年9月.
- 3) ゴム引布製起伏堰技術基準(二次案), 昭和58年8月, 国土開発技術センター.
- 4) 木村喜代治; 路線の平面線型へのエラスチカ曲線の適用; 論文集330号, 1983-2.