

II-189 管渠接続用チャンバー内水面振動特性

東京都立大学工学部 正 員 宇井 正和

1. まえがき 下水管渠等のマンホール(管路接続用チャンバー)でのエネルギー損失は、管路それ自身による損失以上に重要且つ複雑であり、特に豪雨時に於ては疎通能力を大きく変動させ、下水の逆流をも生じさせる危険性を持つものである。それは、特別な管内流量に対しチャンバー内で巨大な流出渦や、水面振動が発達し、損失水頭が急激に増加するためである。ここでは、矩形チャンバー内の水面振動の特性を強制振動として検討するものである。

2. 固有振動 実験に使用した矩形チャンバー(幅・46cm、高さ・75cm、長さ・10~60cm可変)での水面振動はチャンバーのサイズに依存せず、振動周期 $T=0.75$ と一定値をとることと、又その流量を保ちながら水深を増すと急激に振動が減衰することであった。このような矩形チャンバー内での表面波の固有振動は(1)式で表わされる。

$$T = \frac{2\pi}{\left\{ g\pi \sqrt{m^2/a^2 + n^2/b^2} * \tanh\left(\pi \sqrt{m^2/a^2 + n^2/b^2} * h\right) \right\}^{1/2}} \quad (1)$$

チャンバーの長さ方向を無視し、横幅のみが影響するものと考え、 $b=46\text{cm}$ 、 $h=40\text{cm}$ 、を代入すると、 $T=0.768$ が導かれる。この値は実験値と等しいもので、チャンバー内の振動が横幅 b に基づく固有振動であったことが理解される。

しかし、図-1は(1)式による T と h との関係であるが、水深の変化に対して周期はほとんど変化しないことを示している。これは、水深に強く依存するという実験結果との間に大きな差異を生ずる。実験によると、チャンバーへ流入してきた水流は向い側のチャンバー壁面に当たり、それが湧上って水面に円形状の盛り上がりを作るが、この湧上りの脈動が水面動揺の攪乱として作用する可能性を有している。

本研究は、湧上り時の脈動が水面振動にどのように作用するかを、脈動の周期や水深をパラメータとして二次元的に解析するものである。

3. 解析 図-2に示すように二次元的波動を考え、チャンバーの片側の、深さ $-\lambda h$ ($\lambda < 1$)の位置に $v_0 e^{i\omega t}$ の速度を与える幅 δ の領域があるものと仮定した。これは湧上り水流の脈動効果をモデル化したものである。運動は非粘性完全流体の微小振幅波とし、速度ポテンシャル $\Phi(x, z)$ を調和解析を用いて解くが、これは井島等によって港湾や防波堤に適用されたものである。解析領域を2つに分け、各々の領域における速度ポテンシャルは以下の式を満足する。座標軸は図の通りとし、静水面に原点を取った。

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} = 0$$

水面の条件

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=0$$

$$\eta = -\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$$

$$\text{at } z=0$$

領域Iでは、

$$(\partial \Phi_i / \partial z)_{z=-h} = 0$$

5)

$$(\partial \Phi_i / \partial x)_{x=l} = 0$$

$$0 \geq z \geq -h \quad (6)$$

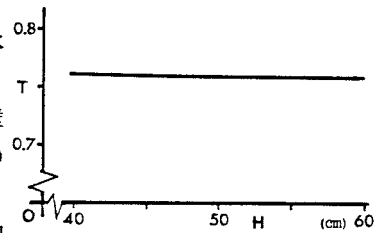


図-1 水深と周期

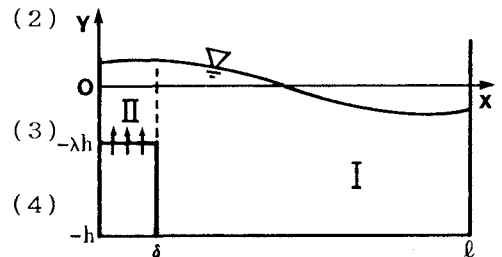


図-2 解析領域

$$(\partial \Phi_1 / \partial x)_{x=\delta} = 0 \quad -\lambda h \geq z \geq -h \quad (7)$$

領域Ⅱでは、

$$(\partial \Phi_2 / \partial z)_{z=-\lambda h} = v_0 e^{i\sigma t}, \quad (\partial \Phi_2 / \partial x)_{x=0} = 0 \quad (8)$$

又、領域ⅠとⅡの境界では

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad \partial \Phi_1 / \partial x = \partial \Phi_2 / \partial x \quad \text{at } x = \delta, \quad 0 \geq z \geq -\lambda h \quad (9)$$

故に、 Φ_1 は次式のように求められる。

$$\Phi_1(x, z) = A \cdot \cosh k_0(x-1) \cdot \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \cosh k_n(x-1) \cdot \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \quad (10)$$

$$\text{ここで、} \sigma^2 h / g = k_0 h \cdot \tanh k_0 h = -k_n h \cdot \tan k_n h, \quad A, B_n \cdots \text{定数} \quad (11)$$

領域Ⅱの解は水底の条件に合うように $0 \sim \delta$ の範囲のみ v_0 の値をもつような関数をフーリエ級数で求め、又水底 $(-\lambda h)$ で $(\partial \Phi / \partial z) = 0$ なる Φ も解となるので、両者より Φ_2 の一般解は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & C \cdot \frac{\cos k_n' x}{\cos k_n' \delta} \cdot \frac{\cosh k_0'(z+\lambda h)}{\cosh k_0' \lambda h} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cdot \frac{\cos k_n' x}{\cos k_n' \delta} \cdot \frac{\cosh k_0'(z+\lambda h)}{\cosh k_0' \lambda h} \\ & + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{v_0 (-1)^s}{\delta \mu_s^2} \cdot \cos \mu_s x \cdot \frac{\frac{\sigma^2}{g \mu_s^2} \sinh \mu_s z + \cosh \mu_s z}{\frac{\sigma^2}{g \mu_s^2} \cosh \mu_s \lambda h - \sinh \mu_s \lambda h} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $\sigma^2 / g = k_0' \cdot \tanh k_0' \lambda h = -k_n' \cdot \tan k_n' \lambda h$, $\mu_s = (2s+1)\pi / 2\delta$, $(s=1, 2, \dots)$ 積分定数、 A, B_n, C, D_n , $(n=1, 2, \dots, \infty)$ は、領域Ⅰ、Ⅱの境界 $(x = \delta)$ における Φ_1 と Φ_2 との整合関係、 $\Phi_1 = \Phi_2$, $\partial \Phi_1 / \partial x = \partial \Phi_2 / \partial x$ for $0 \geq z \geq -\lambda h$ and $\partial \Phi_1 / \partial x = 0$ for $-\lambda h \geq z \geq -h$ を用い、 $0 \geq z \geq -h$ に対しては $\cosh k_0(z+h)$ と $\cos k_n(z+h)$ 、又 $0 \geq z \geq -\lambda h$ に関しては $\cosh k_0'(z+\lambda h)$ と $\cos k_n'(z+\lambda h)$ は完全直交関係にあるため、各条件式にこれらの関数を乗じて、それぞれ $0 \sim -h$ 、あるいは $0 \sim -\lambda h$ まで積分すると、積分定数 A, B_n, C, D_n 間の関係式が求まるのでそれらを代数的に解くことができる。

4. 計算結果 (10) 式と (12) 式で表わされる Φ_1 と Φ_2 は積分定数 B_n, D_n を無限個有しているが、計算では $n=5$ とし、又 (12) 式中の s に関する和は s を10までとして計算した。さらに、実験との比較のためチャンバーサイズは $L=50\text{cm}$ 、 $\delta=5\text{cm}$ とし、水深 $h=40\text{cm}$ から 60cm までに対する周波数 σ の効果を調べた。図-3は、周波数に対する振幅の関係を示したものである。各曲線は、水深42cm、46cm、50cm、58cmに対する結果であり、グラフ上の破線の部分は計算値を補間したものである。

水位変動の振幅は強制振動の周波数 σ の増加につれて $\sigma=7.5$ あたりより急増し、8.2 にピークを持った後急激に減少する。このピークは $T=0.766$ に対応し、固有振動から得られる周期と等しいことを示している。水深に関しては、水深が増すと水位変動の振幅は小さめに出てくるが、それほど顕著ではなく、ピークの変化が少ないだけ、逆に共振への立上がりは急激ともいえる。この結果からも、水深の増加による水面振動の減衰を説明するに至らないが、 λ や δ の与え方、さらにはモデルの改善の必要がある。

5. 参考文献 (1) 宇井・安川：管路接続用チャンバー内の水面振動，第42回土木学会年講

(2) 宇井・安川：管路接続用チャンバーによるエネルギー損失，第31回水講，1987

(3) 井島・他：水底又は水中の柱の鉛直振動による波の発生，九大工学集報，第44巻，第3号

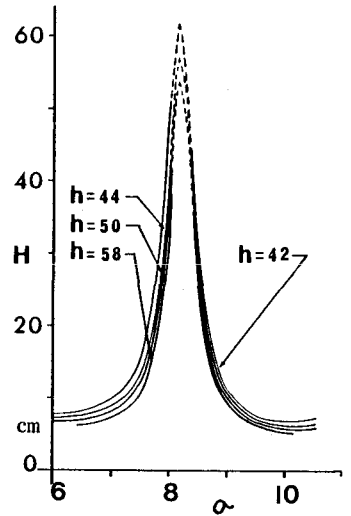


図-3 水深と周波数