

II-118 簡易な3次元モデルによる蛇行流と河床変動の数値計算

北海道開発局開発土木研究所 正員 清水 康 行
北海道大学工学部 正員 板 倉 忠 興

1. はじめに

著者ら¹⁾は、2次元浅水流モデルと一様弯曲部における2次流理論を組み合わせて様々な平面形状を有する沖積地河川の河床変動を数値計算で予測する試みを行った。この結果、蛇曲、迂曲、直線などの河道における特徴的な河床形状を実用的には十分な程度に予測可能であることが示された。しかしながら、弯曲水路から直線水路への出口付近や蛇行流路の変曲点付近においては、流況および河床形状の計算結果と実測値の不一致が見られる場合もあった。この理由は、2次流の算定方法の不正確さや主流と2次流の相互干渉が考慮されていない点などによるものと考えられる。そこで、本文においては流れの計算を3次元に拡張し、これらの問題の解消をめざす。さらに、計算方法の簡略化を行い、これを蛇曲水路の河床変動計算に適用する。計算結果を実測値および2次元モデルによる計算結果と比較し考察を加える。

2. 計算方法

流路中央の流下方向に s_0 軸、これと直交する横断方向（左岸から右岸に向かう方向）に n 軸、鉛直上方向に z 軸をとり、各方向の流速成分を u, v, w とする。 u および v に関する運動方程式を(1)、(2)式、連続式を(3)式で与える。ここに、

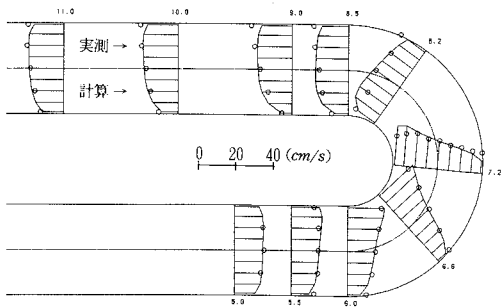


図-1 2次元モデルによる水深平均流速

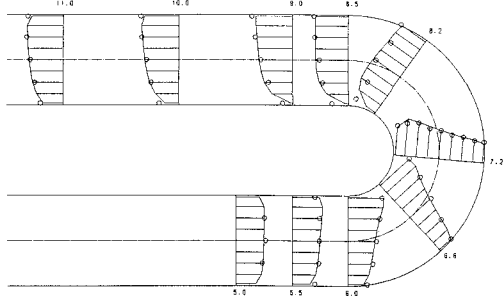


図-2 3次元モデルによる水深平均流速

g は重力加速度、 H は水位、 r は曲率半径、 r_0 は流路中央の曲率半径である。渦動粘性係数 ϵ は(4)式で与える。ここに、 κ はカルマン定数、 h は水深、 u_* は摩擦速度である。側壁および河床においては、せん断力を(5)~(7)式であたえる。ここで、 ρ は水の密度、 C は摩擦係数、添字 s, n, w はそれぞれ s, n 方向、側壁および河床の値であることを示す。(1)~(3)式を水深方向に平均することにより(8)~(10)式が得られる。ここで、添字 m は水深方向の平均値、 $'$ は平均量からの変動成分を示す。3次元モデルでは、(1)~(3)式を差分化し、それぞれから u, v, w を求め、得られた u, v を水深平均して(8)、(9)式に代入し、これと(10)式を連立して h を求める。これに対して2次元モデルでは(8)、(9)式で変動成分に関する項を全て無視して(8)、(9)式で直接 u_m, v_m を求める。河床変動の計算は(11)式で行う。ここで、 q_{bs}, q_{bn} は s, n 方向の単位幅流砂量、 z は河床

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uw}{r} = -g \frac{\partial H}{\partial s} + 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u^2}{r} = -g \frac{\partial H}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\epsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3) \quad \text{ただし、} r=r_0+r, ds=ds_0 \ r/r_0$$

$$\epsilon = \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h} \right) \quad (4) \quad \epsilon \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{n=0, B} = C_w u_w u_w \quad (5)$$

$$\frac{\tau_s}{\rho} = \epsilon \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = C_b u_b u_b \quad (6) \quad \frac{\tau_n}{\rho} = \epsilon \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} = C_b v_b u_b \quad (7)$$

$$u_m \frac{\partial u_m}{\partial s} + v_m \frac{\partial u_m}{\partial n} + \frac{1}{h} \frac{\partial [h(u'^2)_m]}{\partial s} + \frac{1}{h} \frac{\partial [h(u'v')_m]}{\partial n} + \frac{u_m v_m}{r} + 2 \frac{(u'v')_m}{r} = -g \frac{\partial H}{\partial s} + 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(h \epsilon_m \frac{\partial u_m}{\partial s} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial n} \left(h \epsilon_m \frac{\partial u_m}{\partial n} \right) - \frac{\tau_s}{\rho h} \quad (8)$$

$$u_m \frac{\partial v_m}{\partial s} + v_m \frac{\partial v_m}{\partial n} + \frac{1}{h} \frac{\partial [h(v'^2)_m]}{\partial s} + \frac{1}{h} \frac{\partial [h(u'v')_m]}{\partial s} + \frac{u_m^2}{r} + \frac{(u'^2)_m}{r} = -g \frac{\partial H}{\partial n} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial s} \left(h \epsilon_m \frac{\partial v_m}{\partial s} \right) + \frac{2}{h} \frac{\partial}{\partial n} \left(h \epsilon_m \frac{\partial v_m}{\partial n} \right) - \frac{\tau_n}{\rho h} \quad (9)$$

$$\frac{\partial (hu_m)}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial (hrv_m)}{\partial n} = 0 \quad (10) \quad \text{ただし } u=u_m+u', v=v_m+v'$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left[\frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rq_{bn})}{\partial n} \right] = 0 \quad (11) \quad v_b = v_m - N_* \frac{u_m h}{r} \quad (12)$$

$$q_{bs} = q_{bs} \left(\frac{v_b}{u_b} - \frac{\partial z}{\partial n} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s k_s \tau_{*c}}} \right) \quad (12) \quad N_* = - \frac{(v_b - v_m) R_0}{u_m h} \quad (14)$$

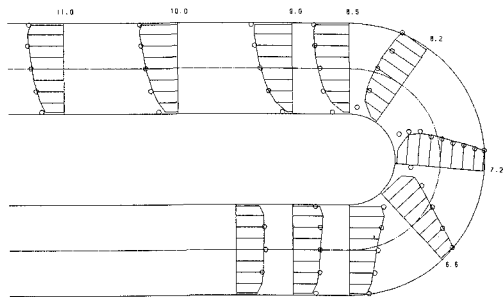


図-3 簡易3次元モデルによる水深平均流速

高, λ は空隙率である。(11)式中の q_{Bs} は $M. P. M.$ 式, q_{Bm} は長谷川²⁾による(12)式で求めるが, (12)式中の u_B, v_B は(1), (2)で求める u, v の河床の値を用いる。

3. 適用例

図-1および図-2はそれぞれ Rozovski³⁾の実験 Run-8と2次元および3次元モデルによる u_m の計算結果の比較である。2次元モデルでは、弯曲部の出口付近で実測値と計算結果が逆傾向となっているが3次元モデルでは良く適合している。図-3は(1)式で u を求める代わりに、 u の水深方向の分布に対数則を仮定し u_m を(8)式で求めた場合の結果である（以下この方法を簡易3次元モデルと呼ぶ）。適合度は若干劣るが計算時間が大幅に短縮され、この方法によれば河床変動計算との組合せも比較的容易になると考えられる。

図-4は、長谷川³⁾による蛇曲移動床水路実験 ME-2の河床コンター図と、2次元および簡易3次元モデルによる河床変動計算結果の比較である。計算は実験と同様に、平坦河床から始めて4時間まで行った。なお、2次元モデルでは(12)式中の v_B を(13)式で $N_* = 7$ (Engelund⁴⁾による)として求めている。両モデル共に大局的な河床形状は実験結果と良く一致している。しかしながら、2次元モデルでは変曲点（断面B）付近では水路中央が深くなっており実測値と傾向が逆である。また、深掘れ部の平面形状との位相差が実測値と比べ少ない。簡易3次元モデルではこれらの点が改良されている。図-5は、断面A, Bにおいて計算された2次流 (v, w) のベクトル図である。断面Bにおいては、左右岸で河床付近の v の方向が逆になっており、この結果水路中央部が高い河床形が形成されている。図-6は、(14)式で示す河床における2次流の強さを表わす量の水路中央における計算値を示したものである。簡易3次元モデルによる計算結果は一樣弯曲理論による値と較べて、初期には小さいが、河床の洗掘堆積の進行とともに位相差を増しながら発達する傾向が見られる。この結果、深掘れ位置の位相差が下流へ進むものと推定される。2次元モデルでは河床の2次流に一樣弯曲の理論値を用いているが、図-6によると一樣弯曲の理論値は簡易3次元モデルによる計算結果と比較して極端な違いはない。図-4に示した2次元モデルによる河床変動計算結果が実測値と大きく異ならないのはこのためと考えられる。

4. 終りに

簡易3次元モデルを用いて、蛇行水路の流れおよび河床変動の計算を行い、実測値との比較をおこなった。この結果2次元モデルの問題点が改良され、より実測値に近い計算結果が得られる事が示された。ただし、2次元モデルでも実用的には十分な場合もあり、実際の河川計画等への応用に際しては目的に応じた使いわけをするのが計算時間などの制約上から言って合理的と考えられる。最後に有益な助言をいただいた北海道大学 森 明巨氏ならびに長谷川和義氏に対して深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 1) 清水康行, 板倉忠興; 河川における2次元流れと河床変動の計算, 土木試験所報告第85号, 1986年
- 2) 長谷川和義; 沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究, 北海道大学博士論文, 1984年
- 3) Rozovski, I. L.; Flow of Water in Bends of Open Channels, Israel Program for Scientific Translation.

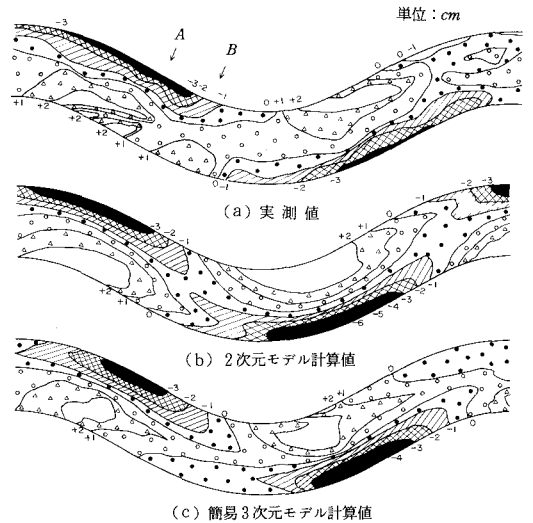


図-4 蛇曲水路の河床変動計算

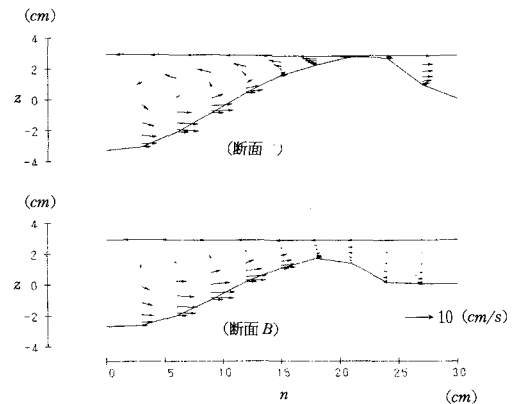


図-5 2次流ベクトル図

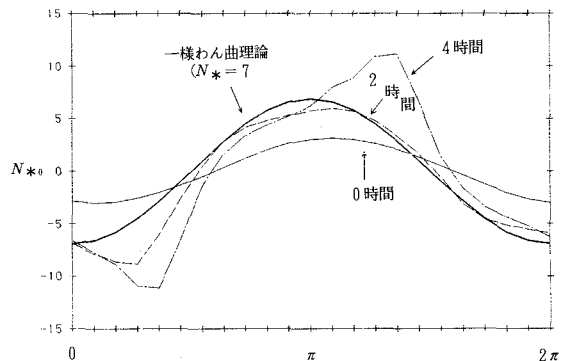


図-6 蛇曲水路2次流強度計算結果

- 4) Engelund, F.; Flow and Bed Topography in Channel Bends, Proc. of ASCE, 100, Hy 11, 1794.