

II-115 実河道における平面二次元河床変動解析

(株)日水コン正員 蔵重 俊夫

(株)日水コン正員 平井 真砂郎

(株)日水コン正員○元根 剛

1. はじめに

河道の安全性を考える場合、一洪水の河床変動を解析することは非常に重要である。これらの現象は、本質的に河道形状と水流作用の複雑な相互作用として生じる局所的な河床変動としてとらえる必要がある。このため、従来の平均的な河床変動に着目した一次元の河床変動解析ではなく、局所的な河床変動を表現できる平面二次元の河床変動解析が有効な手法となる。しかし、こうした二次元の河床変動解析については、その方法論はまだ体系化されておらず、実河道における適用例もきわめて少ない。本稿は、二次元河床変動を数値解析する場合の基礎的な課題であるスキームの問題、および差分間隔について検討を加えたものである。

2. 基礎式および差分スキーム

a) 流れの基礎式は、以下に示すような水深方向に積分した平面二次元流に関する運動式および連続式である。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial (uM)}{\partial x} + \frac{\partial (vM)}{\partial y} = -gh \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{xb}}{\rho} \dots (1), \quad \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial (uN)}{\partial x} + \frac{\partial (vN)}{\partial y} = -gh \cdot \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{yb}}{\rho} \dots (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \dots (3) \quad M = u h, N = v h$$

この(1)～(3)式を h , M , N に関するconservation law formに書き直し、前報に述べた2-step-Lax-Wendroffスキームを用いて流況を計算する¹⁾。

b) 河床変動計算の基礎式は以下に示す流砂についての連続式である。(5)式は、図1に示すメッシュにおいて、 (i, j) メッシュにおける河床変動量を表わす。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{sy}}{\partial y} \right) \dots (4), \quad \Delta z = \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta x \cdot \Delta y} \cdot \Delta T \dots (5)$$

ここに ΔV は、 ΔT の間に (i, j) メッシュに流入する流砂量

(5)式を用いて計算を進めるにあたり、図2に示すような流砂量ベクトルに対して、 ΔV を表現する差分スキームを考えた場合、

①中央差分で表現すると、 (i, j) メッシュにおいて y 方向の流砂量成分の ΔV に対する影響が表現できない。

②後方差分を考えた場合、流砂の一方方向性が成り立たないため、表現に無理が生じる。

従って ΔV を以下のスキームで表現することが、一つの方法として合理的である。

$$\Delta V = (\theta_1 \cdot q^n_{Bx \cdot i-1 \cdot j} - q^n_{Bx \cdot i \cdot j} - \theta_2 \cdot q^n_{Bx \cdot i+1 \cdot j}) \cdot \Delta y + (\theta_3 \cdot q^n_{By \cdot i \cdot j-1} - q^n_{By \cdot i \cdot j} - \theta_4 \cdot q^n_{By \cdot i \cdot j+1}) \cdot \Delta x \dots (6)$$

ここに $\theta_1 : q^n_{Bx \cdot i-1 \cdot j} \geq 0$ なら 1, それ以外 0

$\theta_2 : q^n_{Bx \cdot i+1 \cdot j} < 0$ なら 1, それ以外 0

$\theta_3 : q^n_{By \cdot i \cdot j-1} \geq 0$ なら 1, それ以外 0

$\theta_4 : q^n_{By \cdot i \cdot j+1} < 0$ なら 1, それ以外 0

このスキームは、 (i, j) メッシュに対し、流砂の方向に応じて計算方法を変更して ΔV を推定する方法である。

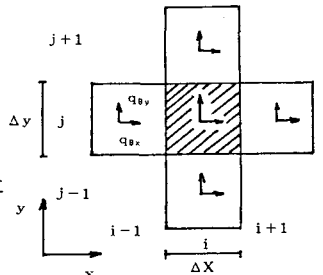


図1. 流砂の連続式に関する記号図

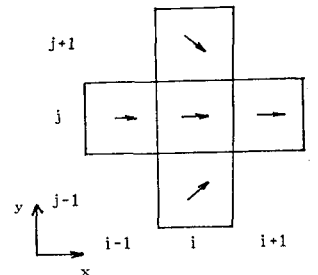


図2. 想定される流砂量ベクトル

3. 数値事例

本稿では計算誤差に影響を及ぼす主要な要因として、せん断力および差分時間間隔に着目する。対象とした河道は図3、4に示す河道A、B（実河道）であり、計算条件は表1に示すとおりである。計算方法は、まず河床を固定床として、平面二次元流解析により定常流況を求め、ついで、この流況に対して1時間の河床変動解析を行なう。ここでは、計算ステップ毎に変化する河床高に対して、先の流況の流量フラックスが一定と仮定し、せん断力を変化させる。

表1 計算条件

流況	: 流量フラックス一定
せん断力	: $\tau_{xb} = gn^2 u \sqrt{u^2 + v^2} / h^{1/3}$: $\tau_{yb} = gn^2 v \sqrt{u^2 + v^2} / h^{1/3}$
粗度係数	: 対数則 ($k_s = 0.15m$)
流砂量式	: Kalinske-Brown 型
供給土砂量	: 上流端メッシュにおける 平衡流砂量
空間差分間隔	: 河道 A: $DX=DY=50m$: 河道 B: $DY=20m$
河床構成材料	: 河道 A: $d=0.2mm$: 河道 B: $d=0.4mm$

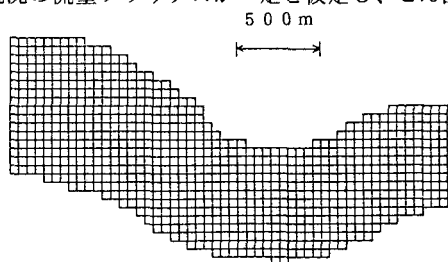


図3. 河道モデルA

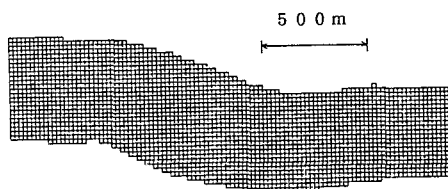


図4. 河道モデルB

図5、6は河道A、Bにおいて、4ケースの流量条件に対して、差分時間間隔DTを変更して計算を行なった結果である。図中 $\bar{\epsilon}$ はDT=10秒の河床変動を基準とした場合の誤差率（全メッシュの平均）を、また $\bar{\tau}$ は、定常流況における全メッシュ τ （無次元掃流力）の平均を表わしている。図7は、図6より間の点を補完し誤差の曲面を推定した結果である。これより、誤差率に対する影響は $\bar{\tau}$ よりDT/DXの方が大きいことがうかがえる。また、一定のDT/DXに対して、 $\bar{\tau}$ が変化しても大きな誤差の変化は認められない。

4. おわりに

本稿では、平面二次元河床変動解析における計算誤差について、数値実験を行なうことにより検討を行なった。この結果、計算誤差に関する $\bar{\tau}$ の影響は、DT/DXに比べて無視できる程度のものであった。これは流況が変化する状況においても、一定のDT/DXで、精度が変わらない計算を行える可能性があることを示している。また今回は、一定時間内においては、流量フラックスは変化しないと仮定したが、水深が非常に小さくなるような河床変化が生じた場合に計算が発散するケースが存在した。この点に関しては今後検討を行なっていく必要がある。最後に、本研究を行なうにあたり、貴重な御意見を頂いた京都大学中川博次教授、ならびに（株）日水コンの中川芳一氏に感謝致します。

（参考文献）中川、蔵重、平井：河道における平面二次元流解析，第42回年次学術講演会講演概要集，1987

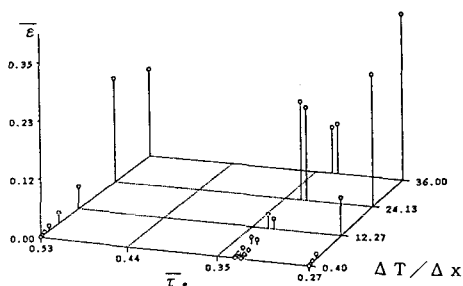


図5. 誤差率の算定結果（河道モデルA）

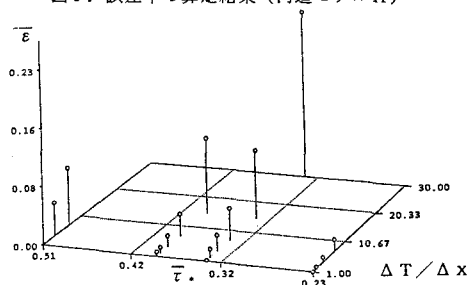


図6. 誤差率の算定結果（河道モデルB）

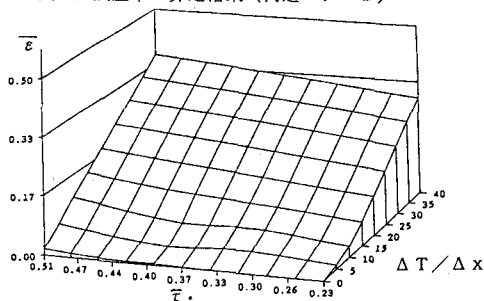


図7. 誤差率の推定図（河道モデルB）