

II-78

山腹斜面を対象とした二次元不飽和浸透流中の物質輸送の数値解析

東京工業大学 学生員 木内 豪

東京工業大学 正員 日野 幹雄

1. はじめに

最近の物理水文学の発展と計算機の進歩は、山腹斜面における不飽和浸透計算を可能とし、流出解析への活用も大いに考えられるため非常に意義深いものとなっている。既に、渡辺ら¹⁾によって曲線座標系を用いた3次元不飽和浸透計算がなされているが、このような、水文学における土壌内の水の流れの解明と同様に、環境問題の一つである土壌の汚染に関して、水分中に含まれる有害物質の挙動を知ることにもまた意味のあるものと考えられる。不飽和状態での "solute transport" に関する研究は近年盛んに行われており、一次元における実験もしくは計算が数多くなされているが、本研究においては土壌汚染の原因となる化学肥料、家庭からの排水、放射性物質、酸性雨などのうち、森林生態系への影響の大きい酸性雨を想定して、その山腹斜面における分散特性を差分法により数値的に探ることを試みた。

2. 基礎方程式

浸透に関しては、Richardsの不飽和浸透方程式に比水分容量を導入した(1)式を用い、また物質の移流拡散については、現象を数値的に表せる

$$c \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K \frac{\partial \Phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K \frac{\partial \Phi}{\partial y}) \quad \dots (1)$$

かどうかを知りたいという意図から、 $\frac{\partial \theta C}{\partial t} + \frac{\partial q_x C}{\partial x} + \frac{\partial q_y C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} (\theta D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\theta D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y}) \quad \dots (2)$

化学反応、吸着を考慮しない(2)式

(溶質の連続式)を用いる。

 Ψ ; 圧力水頭、 Φ ; 全水頭 ($= \Psi + y$)、 c ; 比水分容量、 K ; 透水係数 C ; 濃度、 D_{ij} ; 拡散係数 ($i \neq j, D_{ij} = 0$)、 θ ; 水分量、 $q_i = -K \partial \Phi / \partial x_i$ $D_{ij}/D_0 = \Gamma + a Pe^b$ ($Pe = q_i l / \theta D_0$, l ; 土壌の特性長)

3. 数値計算法と境界条件

任意境界形状をもつ計算領域を差

分法により解く場合は、境界形状に沿った一般座標系を導入して物理座標 (x, y) から矩形的の格子を生成できる変換座標 (ξ, η) へ座標変換をすると差分の定式化が容易になる。したがって実際の計算は(1)、(2)式に一般座標系を導入した(3)、(4)式を離散化して解くことになる。ここでは密度変化のない均質な水を取り扱うことから、溶質の濃度変化は平均流速に対して影響を与えないと仮定できるため、まず浸透方程式(3)により各格子点での流速と水分量を求め、その値を用いて移流拡散方程式(4)を解き濃度の値を得る。差分形式は、時間的にはcrank-nicolson型を、空間的には中心差分を用いた。これについては、一次元によりBondら²⁾の示した水平不飽和浸透に関する理論解との比較を行った。(図1)

$$c J^2 \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial \xi} (K \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}) - \beta \left(\frac{\partial}{\partial \xi} (K \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (K \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}) \right) + \gamma \frac{\partial}{\partial \eta} (K \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}) - K J^2 \left(\nabla \xi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \nabla \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \quad \dots (3)$$

$$J^2 \frac{\partial C}{\partial t} = \alpha' \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} - 2\beta' \frac{\partial^2 C}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma' \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + \lambda_1 \frac{\partial C}{\partial \xi} + \lambda_2 \frac{\partial C}{\partial \eta} \quad \dots (4)$$

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2, J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi$$

$$\alpha' = D_{xx} y_\eta^2 + D_{yy} x_\eta^2, \beta' = D_{xx} y_\xi y_\eta + D_{yy} x_\xi x_\eta, \gamma' = D_{xx} y_\xi^2 + D_{yy} x_\xi^2$$

$$\lambda_1 = [y_\eta \{ y_\eta (D_{xx} \theta)_\xi - y_\xi (D_{xx} \theta)_\eta \} + x_\eta \{ x_\eta (D_{yy} \theta)_\xi - x_\xi (D_{yy} \theta)_\eta \}] / \theta + J^2 (D_{xx} \xi_{11} + D_{yy} \xi_{11})$$

$$\lambda_2 = -[y_\xi \{ y_\eta (D_{xx} \theta)_\xi - y_\xi (D_{xx} \theta)_\eta \} + x_\xi \{ x_\eta (D_{yy} \theta)_\xi - x_\xi (D_{yy} \theta)_\eta \}] / \theta + J^2 (D_{xx} \eta_{11} + D_{yy} \eta_{11})$$

α, β 等は座標の変換係数であり、格子生成時に定まる値である。境界条件式は、降雨強度を R 、雨水中の溶質濃度を C_0 とすると、 R が土壌の浸透能を上回らないときは、

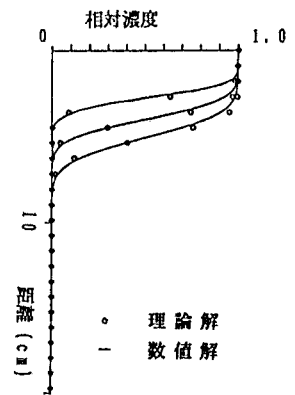


図1 理論解と数値解の比較

$$R \frac{\partial \Phi}{\partial n} = -K \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad \text{and} \quad C_0 R \frac{\partial S_x}{\partial n} = C_{q,n} \frac{\partial S_n}{\partial n} - \theta \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \cdot n$$

となる。また不透水壁では、 $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ and $\frac{\partial C}{\partial n} = 0$ となる。 $\frac{\partial S_n}{\partial n}$ は斜面の長さで、 $\frac{\partial S_x}{\partial n}$ はそのx座標への斜影長さである。これらにも座標変換を施すことにより、変換座標系における境界条件式を得ることができる。

4. 数値解析例

計算は、パソコンを用いて表1のような条件の下で行った。土壌の等方性を仮定し、その物理特性式にはvan Genuchten式を用いた。

（表1の K_s は飽和透水係数であり特性式中にあらわれる。）初期状態としては土層内の物質濃度を0、圧力を静水圧分布とし、降雨は160分継続させその間 C_0 は一定値とした。酸性雨が雨水を区別するトレーサの役割をすると考えると、図3、図4より土層下端部か

K_s (cm/s)	0.05
R (cm)	0.02
D_{xx} (cm ² /s)	0.01
D_{yy} (cm ² /s)	0.01

表1 諸定数の値

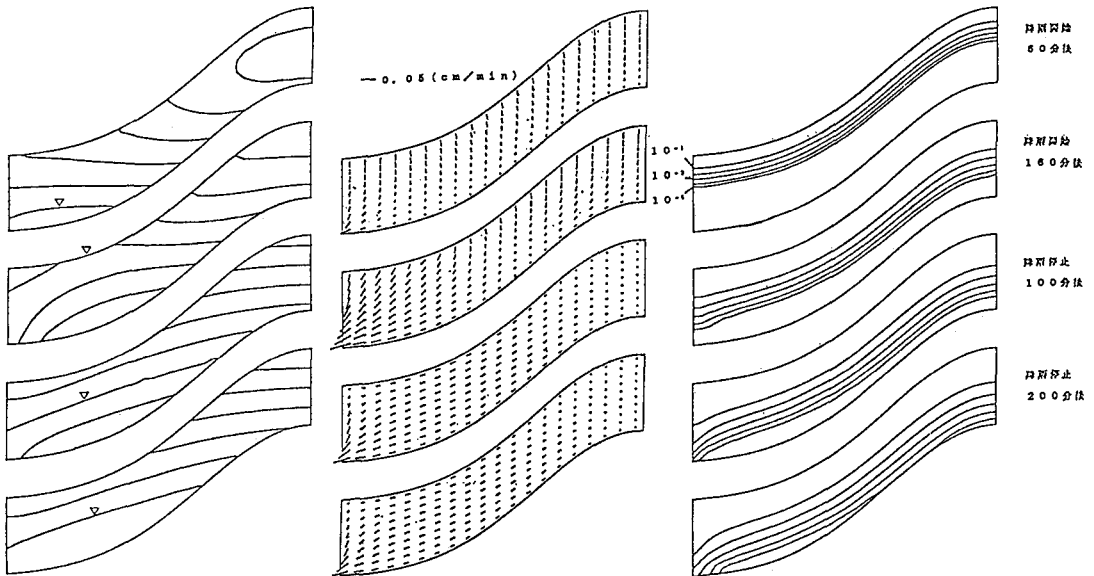


図2 圧力ポテンシャル

図3 流速ベクトル

図4 相対濃度

らの早い流出は以前の降雨による雨水から成っており酸性雨は地表面付近に留まっていることがわかる。時間が進むに連れて溶解物質は拡散していくが、濃度の局所的な変化は少なく雨水は帯状となって浸透している。 C_0 が雨水中の物質濃度であるのに対して C_0 に θ をかけた値は土壌内の濃度を表すが、これもほとんど図4のようになる。また、図5下段に見られる流出濃度のわずかな突起は下端部の水位上昇と大きく関連しているものと思われる。

5. おわりに

数値計算により任意境界形状を有する土層内での分散現象を定性的に知ることができた。

参考文献

- 1) 渡辺、瀬岡、日野 第30回水講 1986.2 p397
- 2) Bond and Smiles Wat.Res.Res. 22,13,1986

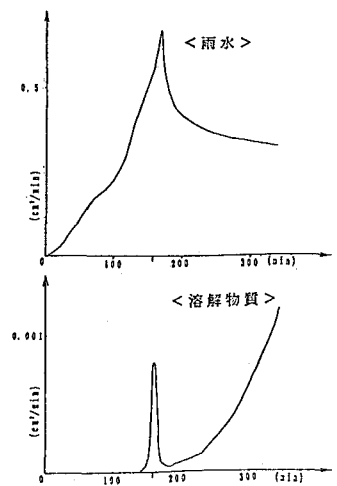


図5 下端部からの流出曲線