

## II-69 最小二乗推定法による透水係数の同定

○ 中央大学 学生員 鶴 身 直 樹

清水建設(株)原子力本部 プロジェクト部 正員 樋 田 吉 造

中央大学 正員 川 原 睦 人

## 1. はじめに

浸透流問題は、地下水の流動、石油あるいは水などの井戸による汲み上げ、土の安定問題など実用的に重要な問題に応用されることが多い。ところが、それらの解析に用いられる運動方程式において重要な役目にある透水係数は、土層の複雑さのため、様々な計算法や実験法があるにもかかわらず正確な値を求めることができないのが現状である。そこで本研究では、ある地点のポテンシャルを測定することにより最小二乗推定法を導入して、逆解析によって透水係数を求める方法を検討したものである。この方法によって、今まで以上により正確に測定ポテンシャル値に応じた透水係数の値を求めることができるものと考えられる。

## 2. 最小二乗推定法による浸透流の同定問題の定式化

まず、ここで使用する主な記号についてまとめておく。但し、添字のTは転置行列、 $\sim$ は測定値、cは推定値pは修正による値を示すこととする。また、mは総測定点数、nは未知透水係数の総数である。(m $\geq$ n)

|            |                      |                 |                        |
|------------|----------------------|-----------------|------------------------|
| $K_c$      | : 推定透水係数             | $\Phi$          | : 測定ポテンシャル             |
| $\Delta K$ | : 透水係数の修正値           | $\Delta \Phi_c$ | : ポテンシャルの測定値と推定値の誤差    |
| $F(K_c)$   | : $K_c$ により決定される任意関数 | $\Delta \Phi_p$ | : $\Delta \Phi_c$ の修正値 |
| $W$        | : 重み行列               |                 |                        |

ある地点のポテンシャルが次のように測定されたとする。

$$\tilde{\phi}^T = \{\tilde{\phi}_1 \quad \tilde{\phi}_2 \quad \tilde{\phi}_3 \quad \cdots \quad \tilde{\phi}_m\} \quad (1)$$

また、浸透係数を次のように推定する。 (2)

$$K_c = \{k_{1c} \quad k_{2c} \quad k_{3c} \quad \cdots \quad k_{nc}\}$$

測定ポテンシャル値と推定透水係数により計算されたポテンシャル値との間には明かに誤差が生じ

$$\Delta \phi_{jc} = \tilde{\phi}_j - F_j(k_{1c}, k_{2c}, k_{3c}, \cdots, k_{nc}) \quad j=1,2,\cdots,m \quad (3)$$

と表すことができる。

次に、誤差  $\Delta \phi_{jc}$  を修正することを考える。  $\Delta K$  を修正透水係数とし、テイラー展開を用いて

$$\Delta \phi_{jp} = \Delta \phi_{jc} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F_j}{\partial k_i} \bigg|_c \right) \Delta k_i \quad j=1,2,\cdots,m \quad (4)$$

となる。マトリックス表示をすると

$$\Delta \Phi_p = \Delta \Phi_c - A \Delta K \quad (5)$$

と表すことができる。

ここで最小二乗法を導入し、 $\Delta \Phi_p$  の二乗和が最小になることを考える。すなわち

$$\eta_P = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n W_{ij} \Delta y_{jp} \Delta y_{kp} = \Delta \Phi_p^T W \Delta \Phi_p \longrightarrow \text{minimum} \quad (6)$$

である。(5)式を(6)式に代入すると

$$\eta_P = \Delta \Phi_p^T W \Delta \Phi_p = (\Delta \Phi_c - A \Delta K)^T W (\Delta \Phi_c - A \Delta K) \quad (7)$$

となる。 $\eta_P \rightarrow 0$  として  $\Delta K$  を求めると

$$\Delta K = (A^T W A)^{-1} A^T W \Delta \Phi_c. \quad (8)$$

となる。

(8) 式で求めた  $\Delta K$  によって、次式のように新しい推定透水係数を求めることができる。

$$K_c = K_e + \Delta K \tag{9}$$

3. 解析例

図-1 のような矩形領域を考え、図中の ● 印のように3ヵ所でポテンシャルを測定したとする。  
今、図-2 のように透水係数の値によって領域を4つのブロックにわけると。ただし  $K_1$  は既知透水係数とし他は未知量とする。

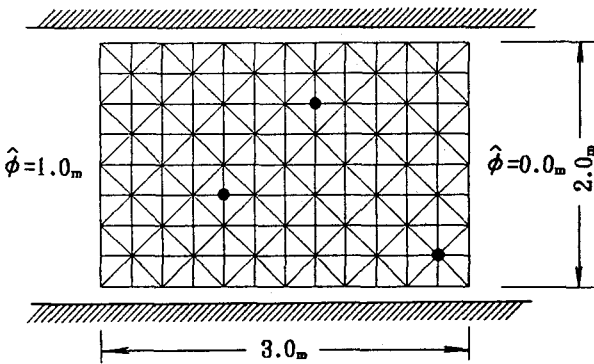


図-1

表-1 測定ポテンシャル値

| 測定地点         | ポテンシャル値 (m) |
|--------------|-------------|
| $\phi_{42}$  | 0.9333      |
| $\phi_{66}$  | 0.5660      |
| $\phi_{107}$ | 0.0080      |

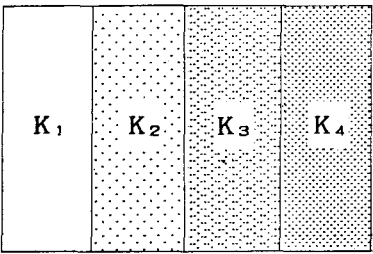


図-2

表-2 既知透水係数

| 種類    | 透水係数値 (cm/sec)       |
|-------|----------------------|
| $K_1$ | $3.5 \times 10^{-6}$ |

4. 解析結果

|     |                 |                      |    |                   |                      |
|-----|-----------------|----------------------|----|-------------------|----------------------|
| 初期値 | $K_{2c}$ (cm/s) | $0.1 \times 10^{-7}$ | 結果 | $K_{2c}$ (cm/sec) | $4.5 \times 10^{-7}$ |
|     | $K_{3c}$ (cm/s) | $0.1 \times 10^{-7}$ |    | $K_{3c}$ (cm/sec) | $8.0 \times 10^{-8}$ |
|     | $K_{4c}$ (cm/s) | $0.1 \times 10^{-7}$ |    | $K_{4c}$ (cm/sec) | $2.7 \times 10^{-6}$ |

表-3

|                 |                       |
|-----------------|-----------------------|
| 収束判定精度 (cm/sec) | $0.1 \times 10^{-18}$ |
| 繰返し回数 (回)       | 11                    |
| CPU TIME (sec)  | 9.80                  |

表-4

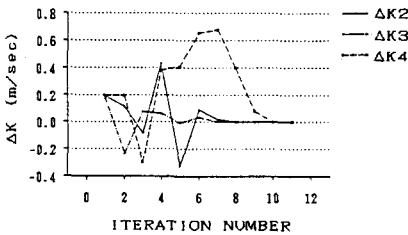


図-3

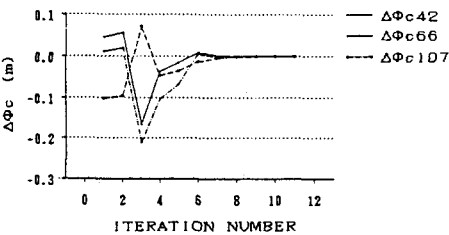


図-4

※ 電算機は、中央大学電算センターの FACOM VP-30 を使用した。

5. おわりに

今回の解析結果から、比較的正確に透水係数を推定していることが理解される。これにより浸透流の同定問題を解ける目処がたったので、実測値を用いて現地解析を行うことを検討したいと考えている。