II-46　　木村の貯留関数をタンクモデルに変換する

北海学園大学　正員　相田 俊郎

A,まえがき

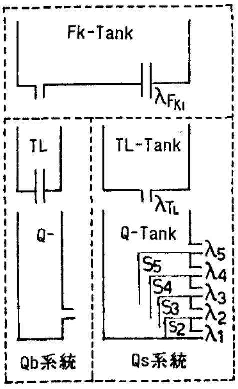

fig　タンクモデルの構成

タンクモデルは多くの長所を持つがパラメタの同定に多くの試行錯誤を要するのが難点とされ,この能率化のため多くの提案がある,この研究もその一つで木村貯留関数のパラメタが系統的に同定されることに着目しこれを,タンクモデルのパラメタに変換することを試みたものである。本論のタンク群は,右図のように降雨を直接流出的な Qs系統と基底流出的な Qb系統とに配分する役を負うFkタンク,及び 各系統において 遅滞効果の役を負うTLタンクと これを経て流出の役を負うQタンクなどで構成する。ここでは Qs系で木村貯留関数のパラメタの変換を主眼とし,基底流出は一般の水平分離法による。なお浸透孔 流出孔の区別もせず(1)式で流出計算するものをタンクモデルといい また流入係数も流出率と混同視している。

B,考察

1、タンクの貯留関数と木村の貯留関数

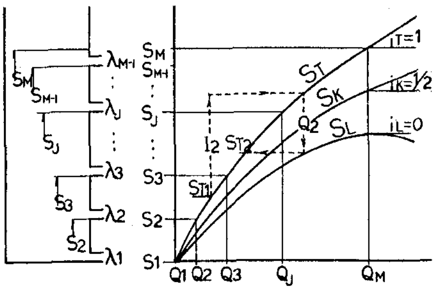

fig　木村貯留関数 とタンク貯留関数

タンクモデルでは普通 水収支式と貯留関数式を(1)式の様に連立させ $I=fr_2$を与えて $\bar{Q}=Q_2$を求める。

$$\begin{cases} S_{T1}+I\cdot\Delta t-\bar{Q}\Delta t=S_{T2}\ ;\ \bar{Q}=\sum^{J}(St-Si)\cdot\lambda i \\ \text{但し}\quad St=S_{T1}+I\cdot\Delta t\quad ;\ Sj<St\leqq Sj_{+1} \end{cases} \cdots\cdots(1)$$

ここにS_{T1} ,S_{T2} は単位時間Δt前後時刻の貯留高, fr_2はΔt間Qs系えの配分降雨強度,Q_2はΔt後時刻の流出高。
水収支式のS_{T2}は非負ゆえ $St\geqq Q_2\cdot\Delta t$ 故に$dQ/dS\leqq 1/\Delta t$
これを "Sの非負条件" と呼んでおく。

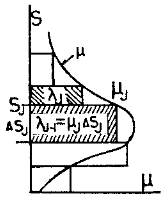

fig　λとμ, ΔS

タンクの貯留関数を任意の第j孔位置でかくと(2)式,ここで$\lambda i=\mu_i\Delta S$ として積分表示すると(3)式,更に $Q_{S=0}=0$; $\mu=d^2Q/dS^2$ とかければ(4)式を得るがこれは恒等式(部分積分関係)だから $Q=F(S)$ の関数形は任意である。

$$\begin{cases} Qj=\sum^{J-1}(Sj-Si)\cdot\lambda i=Sj\sum^{J-1}\lambda i-\sum^{J-1}Si\cdot\lambda i & \cdots\cdots(2) \\ Q_S=S\int_0^S\mu\, dS-\int_0^S S\mu\, dS & \cdots\cdots(3) \\ \int_0^S(dQ/dS)dS=|S(dQ/dS)|_0^S-\int_0^S S(d^2Q/dS^2)dS & \cdots\cdots(4) \end{cases}$$

しかしここではタンクモデルの流出問題を扱うのであるから
恒等式成立の条件 $Q_{S=0}=0$; に加えて$\lambda\geqq 0$ の条件から $d^2Q/dS^2\geqq 0$;Sの非負条件から $dQ/dS\leqq 1$; などの制限下で適用すべきである、尚 Q〜S 一価の条件 $dQ/dS\geqq 0$; は自然に成り立っている、これらを $Si_{+1}-Si=\Delta S$ 一定即ち S軸を等分し差分でかくと(5)式,又任意分割でかくと(6)式になる。

$$\begin{cases} \lambda_j=(\Delta^2Q/\Delta S^2)j_{+1}\Delta S\quad ;\ \sum^{J}\lambda i=(\Delta Q/\Delta S)j_{+1}\leqq 1\quad ;\ Q_{S=0}=0 & \cdots\cdots(5) \\ \lambda_j=\{Qj_{+1}-\sum^{J-1}(Sj_{+1}-Si)\cdot\lambda i\}/(Sj_{+1}-Sj)\ ;\ \sum^{J}\lambda i=(Qj_{+1}-Qj)/(Sj_{+1}-Sj)\leqq 1\ ;\ Q_{S=0}=0 & \cdots\cdots(6) \end{cases}$$

そこで木村貯留関数 $Sk=KQ^P$ を使って　　$S_T=Sk+Q\cdot\Delta t/2$ $\cdots\cdots(7)$

としてみると Sk の適用限界 即ち $(dSk/dQ)_{Q=QM}=\Delta t/2$ となる QMで(図では ik=1/2 とかいてある) $(dS_T/dQ)_{Q=QM}=1\cdot\Delta t$ (図ではiT=1 とかいてある) となりこのQMに対応するSM以上には孔を設けねば $\sum^{\infty}\lambda i=1$ の条件を満たし、他の条件は自然に成り立っていてこの S_Tは Sk の適用全域に亘りタンク貯留関数の適性をもつ、尚 定数 C を乗じた $S'_T=C\cdot S_T$もSの非負条件のもとでその適性を失わない。

2、タンクの遅滞効果について

タンクの遅滞効果は流出波の変形も伴うがここでは専らピークの遅れ時間に着目する。時定数の逆数 α_1, α_2 をパラメタに持つ2次線形流出のユニットグラフ U(t)は(8)式；このピーク時間 T_G は $(dU/dt)_{t=T_G}=0$ の条件から(9)式で表される。ここに $T_G=T_L+1\cdot\Delta t$

$$\begin{cases} U(t)=\alpha_2/(\alpha_2-\alpha_1)\cdot e^{-\alpha_1 t}(e^{\alpha_1}-1)+\alpha_1/(\alpha_1-\alpha_2)\cdot e^{-\alpha_2 t}(e^{\alpha_2}-1) & \cdots\cdots (8) \\ \psi(\alpha_1)=e^{-\alpha_1 \cdot T_G}(e^{\alpha_1}-1)-e^{-\alpha_2 T_G}(e^{\alpha_2}-1)=0 & \cdots\cdots (9) \end{cases}$$

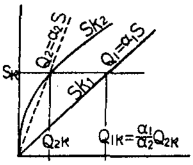

fig Q-タンクとTL-タンク

今この線形関係をタンクの遅滞効果に準用する，右図の Sk_2 はQタンクのSk関数であり，Sk_1 はTLタンクの貯留関数である。Sの実効範囲の代表値 Srにおける $\alpha_2=Q_2r/Sr$ と T_G と(9)式とから α_1 を求め　$Sr=K_2Q_2^Pr=K_2(\alpha_2/\alpha_1)^PQ_1^Pr=K_1Q_1^Pr$ で Sk_1 を決めれば 1,と同様にして TLタンクのλが求まる。但し この場合のTLタンクは底1孔である。

〈注〉このモデルはFkタンクを最上段に設けたために Sk関数のK値を予め $K*Fk^{1-P}$ で置き換えておく。
[∵全流域からの流出を Q,流出に寄与する面積比率を Fk,とするとき,Sk関数法は先ず Fk面積からの流出 q=(Q/Fk)を求め、次いでQ=Fk*(Q/FK)を求めるのが普通である。一方このモデルでは先ず降雨をFkタンクで分離してQを排出するから予め Fkを乗じておく $S=Fk*K(Q/FK)^P=K'Q^P$ ∴ $K'=K*FK^{1-P}$]

3、Fk値の変換について

右図は降雨が T_R 時間継続したときの流入流出関係を示しており (a)図はタンクモデルのものであり Q_1 はTLタンクからの流出，Q_2 はQタンクからの流出である。(b)図はSk関数からの流出を(a)図と関連付けてかいたものである。

両図の T_G 時刻以降の Q_2 は相等しくなければならない。

(b)図では T_G 時点で③+④= $\int_{T_G}^{\infty} Q_2 dt$ ($=S_{2T}$) の流域貯留量が降雨の配分率Fkによって供給されていると考える。一方(a)図では T_R 時点で①+②+③= $\int_{T_R}^{\infty} Q_1 dt$ ($=S_{1T}$) のTLタンク貯留量が降雨の配分率 Fk_1 によって供給されるものと考えて線形流出の関係を準用して次式で求める。　$Fk_1=Fk(S_{1T}/S_{2T})$ ‥‥(10)

線形流出では Q_1, Q_2 に単位図を用いてよいから　$Q_1=1e^{-\alpha_1 t}(e^{\alpha_1}-1)$ ‥‥(11)

また Q_2 は(8)式の U(t)を Q_2 と書き換えたものである。

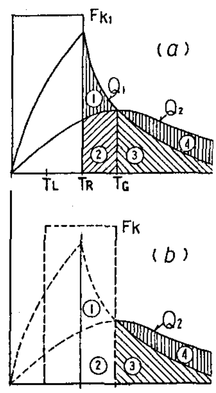

fig Fk値変換の説明図

C,適用例

総合貯留関数を ΔS=25mm で刻んでタンクに変換すると次のようになった(K=40.3, P=0.5, Fk=1)

Q-Tank	j	1	2	3	4	5	6		TL	0	1	2	3	4	5
	Sj	0	25	50	75	100	125	TL-Tank	λ_{TL}	1.000	0.5388	0.3371	0.2371	0.1777	0.1387
	λj	0.0152	0.0294	0.0282	0.0270	0.0259	0.0249	Fk-Tank	λ_{FK}	1.002	1.033	1.064	1.093	1.120	1.146

これで流出計算をしてみた結果 TL≦3hr で Sk関数の流出波形とよく一致した。遅滞時間の木村式 TL=0.0470*L-0.56 で逆算すると 3時間流路長は L(3hr)≒80km である。

D,あとがき

1) 流出問題で合理的な任意の貯留関数 Q=F(S) は $\lambda=(\Delta^2F/\Delta S^2)\cdot\Delta S$ でタンクモデルに変換できる。
2) 木村の貯留関数 Skも $S_T=S_k+Q\cdot\Delta t/2$ とせばその全適用範囲に亙りタンクモデルに変換できる。
3) 又 Sk関数適用限界以上に孔を設けねば,その領域はHauffの流出となり計算不安定はおきない。
($S_t>S_M$ のとき $Q_t=S_t\sum^{\infty}\lambda_i-\sum^{\infty}\lambda_iS_i$ で $\sum^{\infty}\lambda_i=1$; $S_t=Q_t/\sum^{\infty}\lambda_i+\sum^{\infty}\lambda_iS_i/\sum^{\infty}\lambda_i=Q_t+\overline{S}$　$\overline{S}$;孔の平均高さ)
4) 時間遅れ,降雨分離などでは線形流出の考えかたを準用せば近似解を得ることができる。

E,謝辞

本論のまとめには建設コンサルタント㈱松木設計事務所 清水 孝;高石 泰弘 両氏からその豊富な経験上の教示をうけた、また学生 海野 敏也 君の計算協力もうけた。以上を記して謝意を表する。