# II-44　山腹斜面の雨水流出機構に関する考察（１）

広島大学工学部　正員　三島隆明
広島大学工学部　正員　金丸昭治

１．まえがき　山地流域の主要構成要素である山腹斜面を単一層斜面あるいは透水性の異なる上下の二層によって構成される二層構成斜面で単純モデル化した場合の雨水流動を飽和流的に取扱う方法について検討した結果についてのべる。

２．基礎的考察　①単純モデル化した二層構成斜面は、十分に長い均質等方性斜面とする。　②各層における飽和帯の雨水はDarcy則にしたがう平行流的な流動をする。　③下流端の影響は無視することができる。　④降雨を含めた鉛直方向の雨水の浸透は時間のみの関数である。

このように仮定すれば、雨水流動の無次元基礎方程式は（１），(２）式のように表され、結局、（３）式のようになる。

$$M_{12}\,\partial H/\partial T+\partial Q/\partial X=I\ (T)\quad\cdots(1)\qquad Q=K_{12}\{H-D_2\,(1-1/K_{12})\}\ (2\alpha-\partial H/\partial X)\quad\cdots(2)$$

$$M_{12}\,\partial H/\partial T-2\alpha K_{12}\,\partial H/\partial X-(\partial H/\partial X)^2+\{K_{12}H+(1-K_{12})\,D_2\}\,\partial^2 H/\partial X^2=I\ (T)\qquad(3)$$

斜面長ｌおよび下層の透水係数$k_2$で無次元化した、これらの各無次元量は（４）式のようである。

$$X=x/l,\ H=h/l,\ D_2=d_2/l,\ K_{12}=k_1/k_2,\ M_{12}=m_1/m_2,\ Q=q/k_2\,l,$$
$$T=k_2\,t\cos\theta/m_2\,l,\ T_t=K_{12}T/M_{12},\ I=i(t)/k_2,\ I_t=I/K_{12},\ \alpha=\tan\theta/2\qquad\cdots(4)$$

ただし、ｔは時間、ｘは斜面下流方向に取った距離、ｄは層厚、ｋは透水係数、ｍは有効空隙率、ｑは単位幅流量、ｌは斜面長、θは斜面の傾斜角、添字の 1,2はそれぞれ上下層の量を表す。

こうような（３）式にBoltzmann変数を含む変数変換を行って求めた解は（５）式のようになる。

$$H=-(X-2\alpha T_t+C_2)^2/6\,(T_t+C_1)$$
$$+\{C_3+\textstyle\int I(T_t)\,(T_t+C_1)^{1/3}dT_t\}/(T_t+C_1)^{1/3}+(1-1/K_{12})\,D_2\qquad\cdots\cdots(5)$$

ただし、$C_1$，$C_2$，$C_3$は未知定数であり、一般に初期条件によって決定される。

なお、一層斜面における流出状態になった場合には、前述の各式の$M_{12}=1$，$K_{12}=1$とした式になる。

従って、各種の初期状態および降雨状態にたいして（５）式を適用して解析することが出来るが、一つの基準の流出となる一定降雨が降ったときの流出現象については次のようになる。

Ｉ）一層流動範囲の現象　比較的降雨強度が小さく、流動が下層内だけの流動になったときの各流出期の流動は以下のように表される。

（ａ）降雨期　一般に降雨があると、雨水はまず、比較的空隙の小さな部分を満たした後、飽和流動帯へ供給されることになるので、その開始時点を時間原点に取ると、一定降雨強度$R_o$の雨が降った時の未知定数は、以下の各式より求められる。また、下流端流量$Q_d$は（７）式のようになる。

$$C_2=0,\qquad C_3+3/(4R_o C_1^{4/3})=0,$$
$$C_3/(1/2\alpha+C_1)^{1/3}+3R_o(1/2\alpha+C_1)/4=R_o/2\alpha\qquad\cdots\cdots(6)$$

$$Q_d=2\alpha\{C_3/(T+C_1)^{1/3}+3R_o(T+C_1)/4\}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

この（７）式からも下流端流量は、条件によっては直線的な増加関数になる傾向が強いことがわかる。

（ｂ）流量減衰期　一定降雨強度$R_o$の雨によって定常化した後の流量減衰期については、減衰開始時を時間原点に取ると、初期条件より未知定数は（８）式、下流端流量$Q_d$は（９）式のようになる。

$$C_1=\alpha/3R_o,\quad C_2=-1,$$
$$C_3=0.347(R_o/\alpha)^{2/3} \qquad \cdots\cdots\cdots (8)$$
$$Q_d=2\alpha\{1-T/(T+C_1)\}\times[-(2\alpha T)^2/\{6(T+C_1)\}+\{C_3+\int_0^T I(T)(T+C_1)^{1/3}dT\}/(T+C_1)^{1/3}] \qquad \cdots\cdots\cdots (9)$$

従って、I＝0、すなわち飽和帯への雨水の供給がない場合は、かなり急激な減衰傾向を示すことになる。

また、（10）式で計算されるTeを過ぎると斜面全体の流動が新しくなるので、その流動は新たな流量条件に従って算出された定数を代入して得られる各式によつて表されることになる。

$$T_e=\{3C_3(T_e+C_1)^{2/3}\}/(2\alpha)^2 \qquad \cdots\cdots (10)$$

Ⅱ）二層流動範囲の現象　比較的降雨強度が大きくなると、上流域では、下層のみの流動になり、下流域では二層流動になる。

（a）降雨期　初期の状況については一層流動の場合と同様であり、前述の関係式で表される。また、時間Tuで場所Xuで二層流動に移行するので、この時点を時間原点として、定常到達時$T_d$における下流端およびXuの初期状態における$\partial H/\partial X=0$、および流量条件を与えることにより未知定数が同様に決定される。

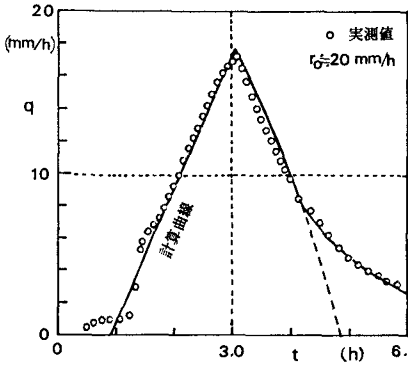


図１実測・計算ハイドログラフの比較
（r＝20mm/hの場合）

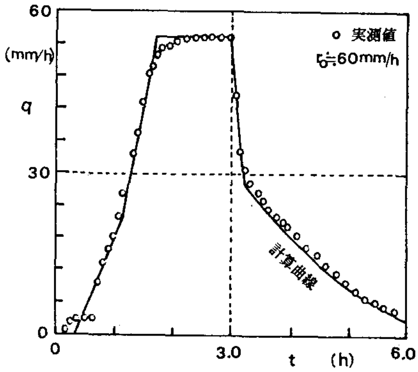


図２実測・計算ハイドログラフの比較
（r＝60mm/hの場合）

$$T_u=D_2/R_o,\quad X_u=2\alpha T_u,\quad T_d=(1+C_2)/(2\alpha K_{12}/M_{12}) \qquad \cdots\cdots (11)$$

$T_d$からも分るように一層流動時よりもさらに直線性の強い現象になる。

（b）流量減衰期　この場合も定常到達時の流量条件およびXu＝0でH＝$D_2$より降雨期と同様、未知定数が決定されるが、一般に、$K_{12}/M_{12}$が大きくなり、不飽和領域からの供給としてのI（T）は無視することが出来る。しかし、一層流動に減衰してからのI（T）の影響は前述のI）の場合よりも遥かに大きくなる。

3．実験値による検討　図1および図2は斜面長14m，幅30cm，高さ50cm，斜面勾配1/6 の水路に真砂土を深さ40cmに充填したモデル斜面に人工降雨を3 時間降らせた時の実験結果[1)]と前述の解析結果を用いて計算した結果とを比較したものである。図1は一層流動状態の場合であり、降雨期については一本の直線で表される。また、流量減衰期についてはI＝0とした時の結果が破線であり、I（T）として三角形分布を与えたものが実線であり、両時期とも実線で示された計算結果は良好である。

一方、図2は比較的大きい降雨を降らした時のものであり、降雨期には斜面の表面に緩やかな流れが観測された状態であるが、この様な場合についても二層流動的な解析が可能であり、降雨期については二本の直線で、また、流量減衰期の初期については一本の直線で表され、それ以降の時期については図1で説明したものと同様な取扱いができる。この場合も計算結果は良好であり、解析方法に十分な適応性があると言える。

今後、変化降雨についても検討していく予定である。なお、実験条件など詳細については講演時に述べる。

参考文献　1)金丸・三島・堀川・重政：第39中四年講