II-42　地下水流出ハイドログラフからみた地下水涵養の推定法

京都大学防災研究所　正員　下島栄一
同上　正員　石原安雄

1. はじめに：　わが国における水資源として、地下水流出は、最も長期間、安定して継続するため、極めて重要である。しかし、山体での地下水流出はその場の構造が複雑であるために、その動態の解明は容易ではない[1)]。地下水帯への涵養は雨水浸透によりなされることが多いので、この涵養機構を明らかにすることは地下水流出の解明にとって不可欠であることは言及するまでもない。本文は、山体での不圧地下水を対象にし、簡単な流出場を想定して、特に低減段階にある河道への地下水流出ハイドログラフの情報より、地下水涵養強度の時間変化を推定する方法を数学的に展開したものである。

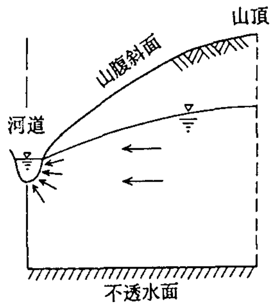
2. 場のモデル化と基礎式：　数学的議論の簡略化のため、不圧地下水の流出場は一様で、その下方には水平な不透水面があり、その面は河床より下方にあるものとする(図−1(a) 参照)。河道付近での地下水は一次元的な流れとみなすことはできず、また不透水面上の水深が大きくなると、この水深全体に対してはDuipt-Forchheimer の仮定が成立しなくなる。ここでは、地下水流れが一次元的に扱えて Dupit-Forchheimerの仮定が近似的に成立する領域を図−1(b)の X-軸上方とし[2)]、また解析上の河道付近の流れの複雑さを回避するために、河道より少し山頂側に仮想的な河道を考え、そこでの流れを同様に水平とみなす。また、山頂下方での地下水の流速は零とする。以上の流出場での地下水の運動の基礎式は次の通りである。

$$\gamma \cdot \partial H/\partial t = \partial\{KH \cdot \partial H/\partial X\}/\partial X + N(t) \qquad (1)$$

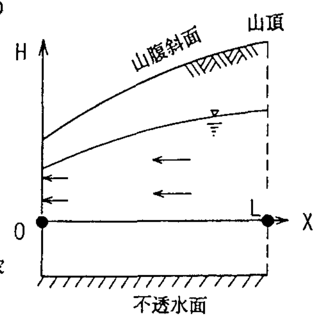
ここに、γ は有効空隙率で一定とし、K は飽和透水係数、H は X- 軸からの地下水位、N は地下水涵養強度で時間の関数、X は仮想河道（断面）を原点に、山頂($x = L$)方向を正とする座標、t は時間である。

式(1) の $X = 0$ での境界条件を次式(2) で与える。また、 $X = L$ での境界条件は上記より式(3) のようになる。

$$H(0,t) = h(t) \qquad (2) \qquad\qquad \partial H/\partial X = 0 \quad \text{at } X = L \qquad (3)$$



(a) prototype



(b) model

図−1 地下水流出場

3. 基礎式の解析：

一定の涵養強度($\underline{N}$)が長時間続いた時の式(1) の定常解 $H(X) = F(X;\underline{N})$は容易に得られ、地下水面は楕円形となる。なお、この楕円形状は、$N = 0$ の条件下の非定常解でも満足される[3)]。そこで、涵養強度 $N(t)$ が減少している段階での地下水面も同様に楕円形を示し、式(1) の非定常解は定常解の形式を用いて $H(X,t) = F(X;N(\tau));\ t \geq \tau$ で近似的に与えられるものとする。即ち、

$$H(\xi)^2 = h^2 - \{N(\tau)/K\} \cdot L^2 \cdot (\xi^2 - 2\xi) \qquad (4)$$

ここに、$\xi = X/L\ (0 \leqq \xi \leqq 1)$ である。このような仮定の下で、河道への流出強度(Q)はつぎのようになる。

$$Q(t) = N(\tau) \cdot L \qquad (5)$$

式(4) の地下水位が水の連続条件を満たすような $\tau(t)$ の方程式を求めるために、式(4) を基礎式(1) に代入し、上記の境界条件式を考慮し、ξについて (0,1) 間で積分すると次式をうる。

$$\frac{d\tau}{dt} = 2\varepsilon^{1/2} \cdot \frac{N(0)}{\gamma h} \cdot \frac{\{n(t) - n(\tau)\} \cdot n(\tau)^{1/2} - \omega \cdot n(\tau)^{1/2}/N(0)}{\{1/2 \cdot (\alpha^2 - 1)^{1/2} - (\alpha^2/2 - 1) \cdot \sin^{-1}(1/\alpha)\} \cdot dn(\tau)/d\tau} \qquad (6)$$

ここに、 $n(t) = N(t)/N(0)$,　　$\varepsilon = (h/L)^2 \cdot K/N(0)$,　　$\alpha = \{\varepsilon/n(\tau) + 1\}^{1/2}$,

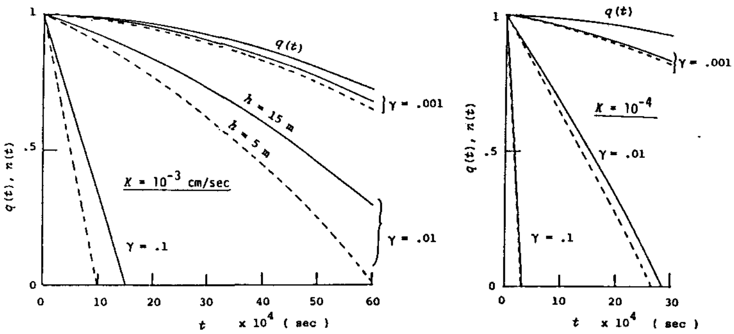
$\omega=\{\gamma h/L\}\cdot[K/\{N(0)n(\tau)\}]^{1/2}\cdot\sin^{-1}(1/\alpha)\cdot dh/dt$ である。式(6) で仮に $n(t)$ を与えてやると、場の定数が既知という条件下で、$\tau(t)$ の関数形が決まるので、地下水位の時間変化が式(4) より、また河道への流出強度の時間変化が式(5) より決定されることになる。

さて、式(6) に式(5) の関係を用いると、以下のとおり、涵養強度は河道への地下水流出強度（河道流量に対応）とそこでの水位によって表すことができる。

$$n(t)=q(t)+\omega/N(0)+[\gamma L/\{KN(0)\}^{1/2}]\cdot\{1/2\cdot(\alpha^2-1)^{1/2}-(\alpha^2/2-1)\cdot\sin^{-1}(1/\alpha)\}\cdot d(q^{1/2})/dt \qquad (7)$$

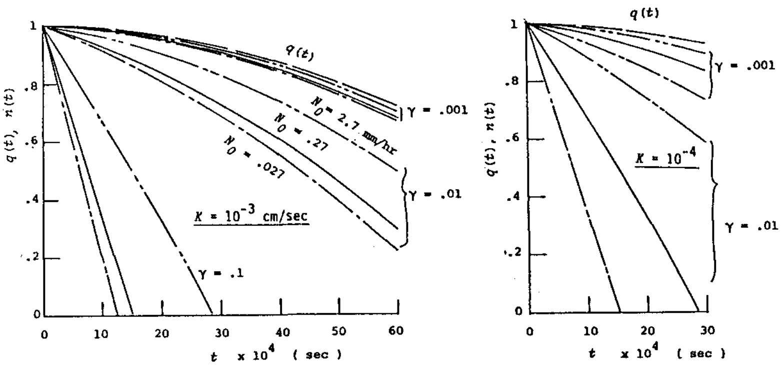
ここに、$q=Q/\{N(0)L\}$,　　$\omega=\{\gamma h/L\}\cdot[KL/\{N(0)q(t)\}]^{1/2}\cdot\sin^{-1}(1/\alpha)\cdot dh/dt$,

$\alpha=[\{(h/L)^2\cdot KL/\{q(t)N(0)\}+1]^{1/2}$ である。即ち、式(7) は、$q(t)$、$h(t)$ の関数形と $N(0)$ 及び場の定数が分かれば、無次元涵養強度 $n(t)$ が決まることを意味する。式(7) の右辺に含まれる ω は河道（仮想）での水位やその時間変化の関数でもあるが、この関数形は別の面から検討されるべきものである。



図−2　地下水涵養強度の時間変化

4. 計算例：　以下では、$q(t)$ を与えて、式(7) より $n(t)$ がどのような変化を示すかを調べてみる。簡単のため $\omega=0$、即ち、河道での水位変化が非常に小さく無視できる($dh/dt=0$)とし、また $q(t)$ の関数形を色々考えることが出来るが、地下水流出ピーク時以降を考えて、ここでは一応、$t=0$ で $dq/dt=0$ を満たす様な $q(t)=\cos(2\pi t/Tc)$を採用する。図−2 は $Tc=4.96\times10^6$ sec(約 57日)、$N(0)=N_0=0.27$ mm/hr、$L=150$ m とし、K、γ、h の値を種々変えた場合の $n(t)$ の計算結果を、また図−3 は Tc と L は同じ値で、$h=15$ m とし、γ、K、N_0 の値を同様に変えた結果である。これらの図よりγが大きい程、また N_0、K が小さい程与えられた $q(t)$ に対して、（無次元化）涵養強度 $n(t)$の変化は速いことが分かる。



図−3　図−2 と同様

5.おわりに：　以上、かなり単純化された地下水流出場を想定して、低減段階にある地下水流出ハイドログラフから地下水涵養の様子を数学的に推定する方法を提示した。高木[4]や著者ら[3]は地下水涵養がない条件下で、不圧地下水流出の低減状況を、それぞれ不浸透面が河床高と一致する場合及び一致しない場合について数学的に議論したが、今後は、ここで得た方法論を参照しつつ、涵養過程を物理的に組み込んだ山体での（不圧）地下水流出モデルの開発を行うつもりである。

参考文献：1)例えば、新藤静夫(1987):崩壊の規模、様式、発生頻度とそれに関わる山体地下水の動態、自然災害特別研究(1) 報告書，2)例えば、J.V. Schilfgaarde(1970): Theory of flow to drains, Adv.in Hydrosci., Academic Press, 3)石原安雄(1987):地下水流出への雨水供給に関する研究、一般研究(C) 報告書，4)F.Takagi(1970):京都大学学位論文