

神戸大学大学院 学生員 孫 建生  
神戸大学工学部 正会員 高田至郎

1. まえがき 文献1)では、噴射注入工法を地中管路の液状化対策として提案し、更に震動台上の大型せん断変形砂槽を利用して室内実験で検討した。本論文では、その実験モデルと実際想定管路を理論解析する。
2. 対策実験モデルの挙動解析 (1)計算モデルと運動方程式：図1に実験模型の計算モデルを示している。はり1(管路)の軸方向と曲げ方向の両振動を考えて、はり2(固結体)では曲げ振動だけを考えている。

(a) 境界条件： 軸 曲げ

はり1	$X_1=0, U_1=0$	$Y_1=0, \frac{\partial Y_1}{\partial X_1}=0$
	$X_1=L_1, U_1=U$	$Y_1=0, \frac{\partial Y_1}{\partial X_1}=\phi$
はり2	$X_2=0,$	$Y_2=0, \frac{\partial Y_2}{\partial X_2}=0$
	$X_2=L_2,$	$Y_2=-U_0, \frac{\partial Y_2}{\partial X_2}=\phi$

また  $X_1=L_1, X_2=L_2$  では

$$EI A \frac{\partial^4 U_1}{\partial X_1^4} = -E_2 I_2 \frac{\partial^3 Y_2}{\partial X_2^3}, \quad E_1 I_1 \frac{\partial^2 Y_1}{\partial X_1^2} = -E_2 I_2 \frac{\partial^2 Y_2}{\partial X_2^2}$$

(b) 曲げ振動の基本方程式(図1を参照)

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial X^4} + M \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + C \frac{\partial Y}{\partial t} + K Y = F(t) \quad (1)$$

式(5)の解を  $Y(X, t) = Z(X, t) \exp(\alpha t)$  とすると

$$EI \frac{\partial^4 Z}{\partial X^4} + M \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + (2\alpha M + C) \frac{\partial Z}{\partial t} + (\alpha^2 M + C\alpha + K) Z = F(t) \exp(-\alpha t) \quad (2)$$

$2\alpha M + C = 0$  とすると

$$EI \frac{\partial^4 Z}{\partial X^4} + M \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + \left(K - \frac{C^2}{4M}\right) Z = F(t) \exp(C/2M \cdot t) \quad (3)$$

(c) 軸方向振動の基本方程式(図1を参照)

$$-EA \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + M \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + C \frac{\partial U}{\partial t} + K_u U = F_u(t) \quad (4)$$

曲げ振動と同じようにして

$$-EA \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + M \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \left(K_u - \frac{C^2}{4M}\right) V = F_u(t) \exp(C/2M \cdot t) \quad (5)$$

(d) 変数分離手法: 式(3)の補足方程式は次式である。

$$EI \frac{\partial^4 Z}{\partial X^4} + M \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + \left(K - \frac{C^2}{4M}\right) Z = 0 \quad (6)$$

$Z(X, t) = \phi(X) Z_0(t)$  として、式(6)に代入して、

さらに、 $\frac{d^4 \phi}{dX^4}$  を  $\phi_{xxxx}(X)$ ,  $\frac{d^2 Z_0}{dt^2}(t)$  を  $\ddot{Z}_0(t)$  として

$$\frac{\phi_{xxxx}(X)}{\phi(X)} + \frac{M}{EI} \frac{\ddot{Z}_0}{Z_0} + \frac{1}{EI} \left(K - \frac{C^2}{4M}\right) = 0 \quad (7)$$



図1. 計算モデル

$$\frac{\phi_{xxxx}(X)}{\phi(X)} = \alpha^4 = \lambda, \quad \frac{Z_0}{EI} = -\left(\lambda + \frac{1}{EI} \left(K - \frac{C^2}{4M}\right)\right) \text{ とし} \\ \phi_{xxxx}(X) - \lambda \cdot \phi(X) = 0 \quad (8) \quad \ddot{Z}_0(t) + \omega^2 Z_0(t) = 0 \quad (9)$$

$$\omega^2 = \frac{EI}{M} \left(\lambda + \frac{1}{EI} \left(K - \frac{C^2}{4M}\right)\right) \quad (10)$$

同様に式(5)の補足方程式は

$$-E A \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + M \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \left(K_u - \frac{C^2}{4M}\right) V = 0 \quad (12)$$

曲げの場合と同様に、 $V(X, t) = \psi(X) Z_1(t)$  として

$$\frac{\psi_{xx}(X)}{\psi(X)} = -\eta = -b^2, \quad \frac{M}{EI} \frac{\ddot{Z}_1}{Z_1} = -\left(\eta + \frac{1}{EI} \left(K_u - \frac{C^2}{4M}\right)\right) \text{ として} \\ \psi_{xx}(X) + \eta \psi(X) = 0 \quad (13) \quad \ddot{Z}_1(t) + \omega^2 Z_1(t) = 0 \quad (14)$$

$$\omega^2 = \frac{EA}{M} \left(\eta + \frac{1}{EA} \left(K_u - \frac{C^2}{4M}\right)\right) \quad (15)$$

(2) 基準振動形 i) はり1の曲げ振動: 式(8)から

$$\phi(X_1) = A_1 \sin(aX_1) + A_2 \cos(aX_1) \\ + A_3 \sinh(aX_1) + A_4 \cosh(aX_1) \quad (16)$$

ii) はり2の曲げ振動: 式(8)から

$$\phi_0(X_2) = C_1 \sin(dX_2) + C_2 \cos(dX_2) \\ + C_3 \sinh(dX_2) + C_4 \cosh(dX_2) \quad (17)$$

iii) はり1の軸振動: 式(13)から

$$\psi(X_1) = B_1 \sin(bX_1) + B_2 \cos(bX_1) \quad (18)$$

全体系の固有振動数:

$$\omega^2 = \frac{E_1 I_1}{M_1} \left(a^4 + \frac{1}{E_1 I_1} \left(K_1 - \frac{C_1^2}{4M_1}\right)\right) \quad (19)$$

境界条件を式(16), (17), (18)に代入して、基準振動形が容易に計算でき、動的応答解析も可能である。図2には例としてはり1の1次曲げ振動が主な成分である1次振動形とはり1の軸振動が卓越する10次振動形を

示している。(3)計算結果:図3に実験と計算による管路ひずみの結果対照が示してある。その動的成分はよい一致を示しているが、静的成分はかなりの差がある。これは計算モデルでは固結体の下部が完全固定となっているが、実験では固結体を固定している鉄のはりの変位によって管体のひずみが大きくなつたと思われる。

#### 4. 実際想定管路の計算 実際想定管路はφ300のPVP管である。

(1)浮力作用: 図4に、固結体の間隔Lの変化による管路の最大変位と最大ひずみを示している。 $L > 25\text{m}$ に管路の変位が一定になる。これは、地盤バネが線形で地盤の反力と浮力がバランスした結果からであると思う。したがつてひずみも $L > 15\text{m}$ で一定になつて $L > 20\text{m}$ では減少する。(2)波の伝播: (a)波の伝播による外力図5のSV波の伝播による計算モデルにでは、

$$P_1 = -M \{ \ddot{V}_0 [U(A), t] \}$$

$$\text{外力の相対変位成分は: } P_2 = K \{ -V_0 [U(A), t] + V_0 (U, t) \}$$

図1の計算モデルに、外力 $P_2$ と $P_1$ を入れて、SV波の伝播による管路の応答が計算できる。軸方向とP波の伝播の場合も同様に考えられる。(b)P波入射 図6に、液状化前にP波の伝播による管路の最大ひずみを示している。相対変位による成分が主な部分を占めて、振動成分は $100\mu$ 以下である。いずれの場合でも、液状化中の浮力による管路ひずみ $2750\mu$ より小さい。(c)SV波入射図7に、液状化前にSV波の伝播による管路のひずみの計算の結果を示している。浮力によるひずみよりかなり小さい。

5. 結論 実験モデルと実際想定管路の計算によって、波の伝播と振動による管体のひずみは、いずれの場合でも、液状化中の浮力によるひずみより小さく、本対策を応用しても動的効果による管体応答増大の恐れはない。参考文献:高田至郎・孫建生:噴射注入工法による地中管路の地震時液状化対策、一室内模型実験、昭和63年度土木学会関西支部年次学術講演会、1988.4.

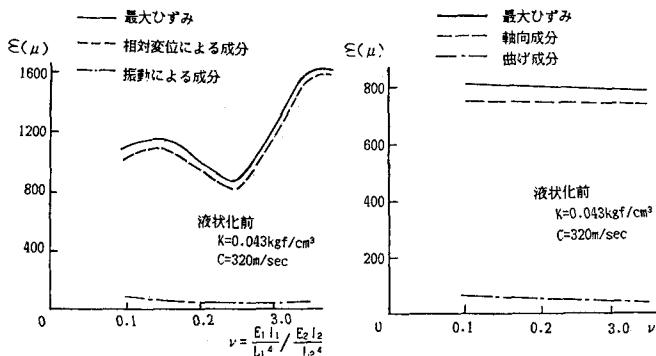


図6. 液状化前にP波の水平伝播による管路ひずみ  
図7. 液状化前にSV波の伝播による管路ひずみ

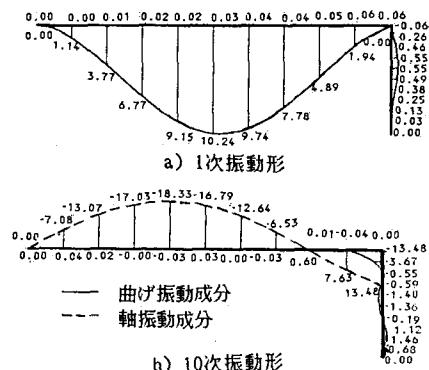


図2. 基準振動形の例

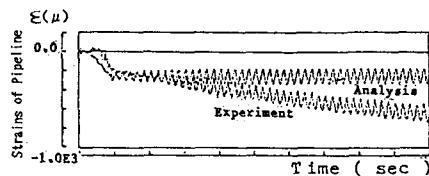
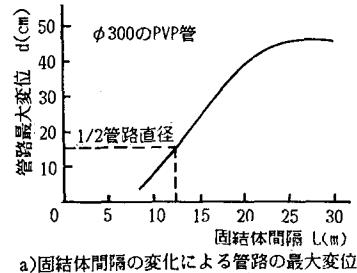
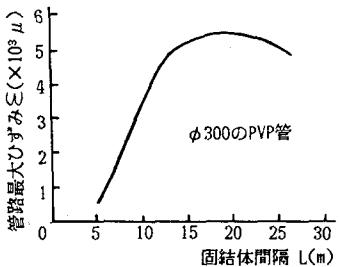


図3. 実験と計算管路ひずみの対比



a) 固結体間隔の変化による管路の最大変位



b) 固結体間隔の変化による管路の最大ひずみ

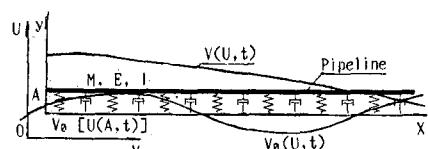
図4. 浮力による管路最大変位  
と最大ひずみ

図5. SV波入射による管路計算モデル