

I-507 加速度波形を利用した 時刻歴領域における構造物の同定

東京電機大学 大学院 学生員○栗田哲史
東京電機大学 理工学部 正 員 松井邦人

1 はじめに

従来、構造物の同定問題では、変位応答を測定データとする方法が多く用いられた。本研究は、加速度応答を測定データとして、Gauss-Newton法及びNewmarkの β 法を用いて、構造物の剛性、減衰係数、さらに、初期変位、初期速度の決定を行っている。

2 同定手法

構造物の運動方程式は図-1のような多質点系モデルを考えると、一般に

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = -M\{1\}\ddot{y}_0 \quad (1)$$

と表すことが出来る。 M は質量行列、 C は減衰行列、 K は剛性行列、 $\ddot{y}_0$ は入力加速度である。ここでは質量行列は既知であると考えているが、 C 及び K は両方とも未知であるとする。また、各質点の初期変位を a_i 、初期速度を b_i とし共に未知であるとする。今、測定データを $x(t)$ とする。 $x(t)$ は加速度であるとする

$$z_j(c_i, k_i, a_i, b_i, t) = x_j + \varepsilon_j(t) \quad (2)$$

$$(i=1 \sim N, j \in J)$$

但し J はセンサーの設置位置の集合である。また、 $\varepsilon_j(t)$ は測定誤差である。誤差は全くランダムであるとする

$$\min \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j \in J} \varepsilon_j^2 dt = \min \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j \in J} (z_j - x_j)^2 dt \quad (3)$$

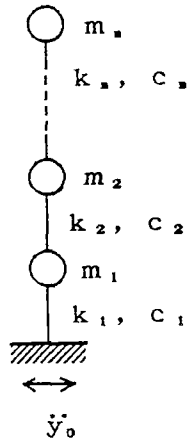


図-1 解析モデル

z_j は c_i, k_i, a_i, b_i に依存しているがそれらを用いて陽的に表現できない。 $z_j(c_i + \delta c_i, k_i + \delta k_i, a_i + \delta a_i, b_i + \delta b_i)$ と $z_j(c_i, k_i, a_i, b_i)$ の間の関係は、Taylor展開を用いて

$$z_j(c_i + \delta c_i, k_i + \delta k_i, a_i + \delta a_i, b_i + \delta b_i) \approx z_j(c_i, k_i, a_i, b_i) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial c_i} \delta c_i + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial k_i} \delta k_i + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial a_i} \delta a_i + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial b_i} \delta b_i \quad (4)$$

と書くことができる。式(4)の右辺を式(3)に代入すると

$$\min \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j \in J} (z_j + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial c_i} \delta c_i + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial k_i} \delta k_i + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial a_i} \delta a_i + \sum_{i=1}^N \frac{\partial z_j}{\partial b_i} \delta b_i - x_j)^2 dt \quad (5)$$

式(5)を最小とする必要条件は

$$\sum_{i=1}^N (\sum_{j \in J} \frac{\partial z_j}{\partial c_i} \frac{\partial z_j}{\partial c_i}) \delta c_i = - \sum_{j \in J} (z_j - x_j) \frac{\partial z_j}{\partial c_i} \quad (i=1 \sim N) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N (\sum_{j \in J} \frac{\partial z_j}{\partial k_i} \frac{\partial z_j}{\partial k_i}) \delta k_i = - \sum_{j \in J} (z_j - x_j) \frac{\partial z_j}{\partial k_i} \quad (i=1 \sim N) \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N (\sum_{j \in J} \frac{\partial z_j}{\partial a_i} \frac{\partial z_j}{\partial a_i}) \delta a_i = - \sum_{j \in J} (z_j - x_j) \frac{\partial z_j}{\partial a_i} \quad (i=1 \sim N) \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N (\sum_{j \in J} \frac{\partial z_j}{\partial b_i} \frac{\partial z_j}{\partial b_i}) \delta b_i = - \sum_{j \in J} (z_j - x_j) \frac{\partial z_j}{\partial b_i} \quad (i=1 \sim N) \quad (9)$$

式(6)~(9)はそれぞれ $\delta c_i, \delta k_i, \delta a_i, \delta b_i$ に関する N 元の連立方程式であり、 $\delta c_i, \delta k_i, \delta a_i, \delta b_i$ について容易に解くことができる。 $\partial z_j / \partial c_i, \partial z_j / \partial k_i, \partial z_j / \partial a_i, \partial z_j / \partial b_i$ は、式(1)を C_i, k_i, a_i, b_i で偏微分した式をNewmarkの β 法を用いて解くことにより計算できる。

計算手順を図-2の流れ図に示す。

3 計算例及び結果

解析例として2質点系モデルについて解析した結果を以下に示す。質点重量を $w_1=w_2=50\text{tf}$ 、減衰係数を $c_1=c_2=10\text{tf}\cdot\text{s/m}$ 、ばね剛性を $k_1=k_2=3000\text{tf/m}$ として解析を行い、その結果を測定データの代わりとして用いた。尚、時間刻み Δt は0.02秒とし、入力加速度はEl-Centro波のNS成分を用いた。そして、2で述べた手法により未知パラメータを推定した。運動方程式及び応答の感度 $\partial z_j / \partial c_i$ 、 $\partial z_j / \partial k_i$ 、 $\partial z_j / \partial a_i$ 、 $\partial z_j / \partial b_i$ の解法にはNewmark β 法、式(5)の積分は台形公式を用いた。図-3は初期値を $c_1=c_2=20\text{tf}\cdot\text{s/m}$ 、 $k_1=k_2=2500\text{tf/m}$ 、 $a_1=a_2=0.1\text{m}$ 、 $b_1=0.1\text{m/s}$ 、 $b_2=10\text{m/s}$ 、とした時の解の収束状況を示している。収束状況は比較的良好である。また、使用する測定データが次の3種類の場合を想定して解析を行った結果を表-1に示す。

- CASE1: 質点1と質点2の加速度応答を使用
CASE2: 質点1の加速度応答を使用
CASE3: 質点2の加速度応答を使用

表-1よりわかるように、質点1または、質点2のどちらか一方のK応答値が既知であれば同定は可能であり、両質点の応答が既知の場合より繰り返し計算の回数が大幅に増加することはない。

表-1 各CASEの同定結果

	初 期 値								繰り返し回数
	c_1 (t·s/m)	c_2 (t·s/m)	k_1 (t/m)	k_2 (t/m)	a_1 (m)	a_2 (m)	b_1 (m/s)	b_2 (m/s)	
CASE 1	5.0	5.0	3500.0	3500.0	2.0	2.0	6.0	13.0	11
	20.0	20.0	2800.0	2800.0	2.0	2.0	6.0	13.0	7
CASE 2	5.0	5.0	3500.0	3500.0	2.0	—	6.0	—	14
	20.0	20.0	2800.0	2800.0	2.0	—	6.0	—	7
CASE 3	5.0	5.0	3500.0	3500.0	—	2.0	—	13.0	13
	20.0	20.0	2800.0	2800.0	—	2.0	—	13.0	7

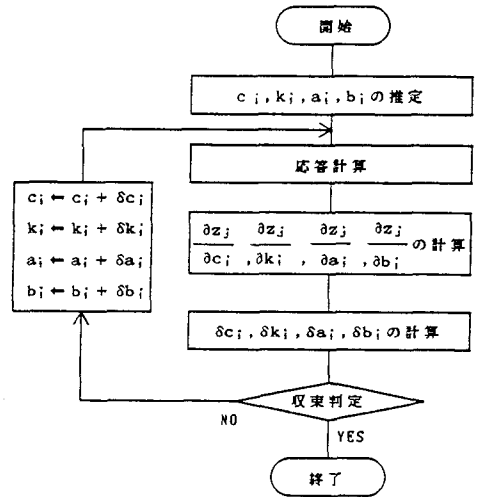


図-2 解析の流れ図

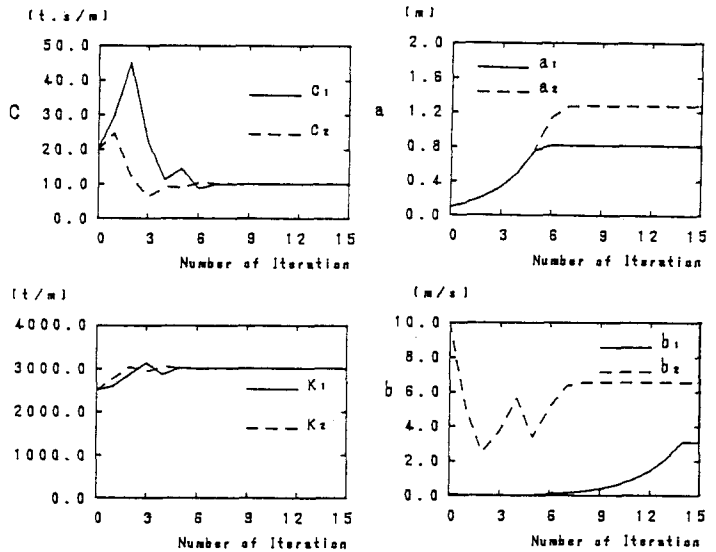


図-3 各パラメータの収束状況

4 おわりに

加速度波形を利用して同定を行う本手法を用いることにより、初期変位、初期速度が未知の場合の同定が可能であり、更に初期変位、初期速度も推定可能である。また、測定データは全ての質点の応答値が既知でなくても同定可能であることがわかった。上記の例題の他にも、一方の質点の質量が未知の場合、ロッキング振動についても本手法により同定を行った。いずれの場合も収束性は良好である。