

I-491 半無限弾性体上の弾性円板の動的コンプライアンス問題

東京大学地震研究所 正会員 東原 紘道  
 ○越谷市役所 正会員 松尾 雄一

1. 研究の目的

半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題は、従来から数多くの研究がなされてきた。そして、剛体円板については、dual integral equations 法の導入により、一応の完成を見たといえる。しかし、実際の問題では円板の変形を考慮する必要がある。ところが、dual法ではその性質上、極めて特別な弾性円板しか扱うことができず、この様な問題を一般的に解くことは不可能と思われる。

他方、この問題を解決するために、専ら半無限弾性体のみを解析を通して接触面の変位と応力の関係を求める方法が開発されており、その妥当性も検証されている。本報告は、この手法によって得られた関係式に、弾性円板の運動方程式を連立させ、弾性円板の動的コンプライアンス問題の定式化を行うものである。この方法は、任意の弾性板を解くことができる汎用性の良いものである。

2. 理論

以下では鉛直振動モードのみを考える。また、モード次数を  $m$  と書く。

接触面での応力  $\{\sigma\}$  と変位  $\{x\}$  の関係は、柔性マトリックス  $[W]$  によって

$$\{\sigma\} = [W]^{-1} \{x\} \quad (1)$$

で与えられる。 $[W]$  の各要素は複素数である。この関係を用いて、弾性円板の運動方程式は、円板の剛性マトリックスを  $[K]$ 、質量マトリックスを  $[M]$ 、荷重ベクトルを  $\{q\}$ 、変位ベクトルを  $\{x\}$  とすれば、

$$([K] - \omega^2 [M] - \left(\frac{2\pi}{\pi}\right) [H]^T [W]^{-1}) \{x\} = \left(\frac{2\pi}{\pi}\right) [H]^T \{q\} \quad (2)$$

$$\dots m = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

と表される。これを用いると、弾性板に与えた外力に対する変位応答  $\{x\}$  が複素数として得られる。更にこれより接触応力も計算される。

3. 計算結果の考察

(2) 式の各マトリックス、ベクトルから部分的に自由度を抜き取ることにより、円板の任意の部分の剛体と設定することができる。これを利用して、既に解析が行われている、内側が剛体の円板及び外周部が剛体の円板について計算を行い、結果の考察をする。

1) 内側が剛体の円板

Fig. 1 に、内側が剛体の円板の場合のコンプライアンスを示す。図中の実線は本研究、破線は Luco【3】の解である。Lucoらは地盤の粘性を考慮しているので数値がずれているが、全体の傾向は極めて良く一致している。Fig. 2 に、この場合の応力分布を示す。図中、 $\alpha$  は円板のやわらかさを示す無次元量で、これが小さいほど、円板の弾性体部分は剛体に近くなる。この図から、応力の集中は円板が剛体に近いとき周辺部におこり、円板がやわらかくなるに従い、剛体と弾性体の境界点に移ることがわかる。

2) 外周部が剛体の円板

Fig. 3 に、外周部が剛体の円板の場合のコンプライアンスを示す。1) 同様、実線が本研究、破線が Lin【4】の解である。比較してみると、高無次元振動数域において、傾向が大きくちがっている。Tab. 1 は、実際の円板の変位形と、0 から 2 次までの各固有ベクトルの内積をとり、各モードの影響する比率を計算し

た結果である。無次元振動数2と5のカッコ内の数字は、Linによって示されている弾性体の変位に、コンプライアンスから逆算した剛体変位を加えて実際の変位形として、同様に各固有ベクトルとの内積を計算したものである。この表を見ると、本研究では Lin に比べて高次モードの評価が極めて大きくなっていることがわかる。そこで、この原因を検討するために、各モードに対応する固有振動数を無次元化したものを計算すると、1次及び2次のモードが上の表の振動数の範囲に存在することがわかる。このことを考慮すると、無次元振動数2付近からモード1の影響がモード0より大きくなっている本研究の結果は、妥当であると考えられる。

4. 参考文献

- 【1】東原紘道、半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題—その1。軸対称鉛直振動、日本建築学会構造系論文報告集。第349号、50-58頁、昭和60年3月
- 【2】東原紘道、半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題—その2。鉛直高次モード、日本建築学会構造系論文報告集。第371号、39-40頁、昭和62年1月
- 【3】Michio Iguchi and J. Enrique Luco, Vibration of Flexible Plate on Viscoelastic Medium, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 108, pp1103-1120, 1982
- 【4】Y. J. Lin, Dynamic Response of Circular Plates Resting on Viscoelastic Half Space, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 45, pp379-384, 1978

	0	1	2	3
1	0.976	1.376	0.987(1.402)	0.949
2	0.128	0.234	0.973(0.044)	1.010
3	0.033	0.063	0.180(0.008)	0.105

	4	5
1	0.582	0.710(1.373)
2	1.245	1.035(0.244)
3	0.118	0.528(0.199)

Tab. 1  
各モードの影響

