

I-490

半無限弾性体上の矩形板の

動的コンプライアンスに関する体系的研究

東大地震研究所 正会員 東原 紘道

川鉄鉄構部 正会員 坂本 知英

1. 研究の目的

基礎構造物の動的設計において、構造物と地盤の相互作用を評価することは重要な問題である。この問題は、基礎底面の応力-変位関係を定式化し、これを基礎底板の運動方程式と連立させることにより解くことができる。本研究は、半無限弾性体の表面にあって、微小振幅で単振動する任意形状の弾性体と半無限弾性体の相互作用を考察することを目的とし、一つの例として矩形の剛体板を行った。

この計算手法は従来もいくつか提案されているが、本研究は、次のような特色を有している。

(1) 矩形を3角形要素に分割し、要素内で接触応力は1次元変化するとした。この結果、接触面の内部では、接触応力の連続性が保たれるので、良い精度で接触応力が求まる。

(2) 計算の途中に現われる積分を厳密に評価する。この結果、公式はすべての無次元応力に対応できる。

2. 理論式

3次元座標系において、半無限弾性体表面の点加振による表面変位式を示す。原点で上下方向に作用する点加振 $T_z e^{i\omega t}$ による任意点のX方向変位 $U_{x,z}$ 、Y方向変位 $U_{y,z}$ 、上下変位 $U_{z,z}$ 、また原点で水平X方向に作用する点加振 $T_x e^{i\omega t}$ による上下変位 $U_{z,x}$ 、X方向水平変位 $U_{x,x}$ 、およびY方向水平変位 $U_{y,x}$ はそれぞれ次式で求められている。[1]

$$U_{x,z} = \frac{bT_z e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \cos\theta \int_0^\infty \frac{\xi^2 \{ (2\xi^2 - 1) - 2\sqrt{\xi^2 - \gamma^2} \sqrt{\xi^2 - 1} \}}{F(\xi)} J_1(\xi a) d\xi$$

$$U_{y,z} = \frac{bT_z e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \sin\theta \int_0^\infty \frac{\xi^2 \{ (2\xi^2 - 1) - 2\sqrt{\xi^2 - \gamma^2} \sqrt{\xi^2 - 1} \}}{F(\xi)} J_1(\xi a) d\xi$$

$$U_{z,z} = -\frac{bT_z e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - \gamma^2}}{F(\xi)} J_0(\xi a) d\xi$$

$$U_{x,x} = \frac{bT_x e^{i\omega t}}{4\pi\mu} \int_0^\infty \left[\left\{ -\frac{\xi \sqrt{\xi^2 - 1}}{F(\xi)} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \right\} J_0(\xi a) + \cos 2\theta \left\{ \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - 1}}{F(\xi)} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \right\} J_2(\xi a) \right] d\xi$$

$$U_{y,x} = \frac{bT_x e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \cos\theta \sin\theta \int_0^\infty \left\{ \frac{\xi \sqrt{\xi^2 - 1}}{F(\xi)} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \right\} J_2(\xi a) d\xi$$

$$U_{z,x} = -\frac{bT_x e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \cos\theta \int_0^\infty \frac{\xi^2 \{ (2\xi^2 - 1) - 2\sqrt{\xi^2 - \gamma^2} \sqrt{\xi^2 - 1} \}}{F(\xi)} J_1(\xi a) d\xi$$

$$\text{ただし、} \quad F(\xi) = (2\xi^2 - 1)^2 - 4\xi^2 \sqrt{\xi^2 - \gamma^2} \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\gamma = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$$

J_0 : 0次の第1種Bessel関数

J_1 : 1次の第1種Bessel関数

J_2 : 2次の第1種Bessel関数

以上の式の無限積分は有限積分に変換できる。[2] この方法を利用することにより数値計算を行う。

3. 計算結果

上に得られた結果の妥当性を検証するために、剛体矩形板に対して緩和された接触条件の場合の上下振動、密着した接触条件の場合の水平振動の解について示す。

図1は、緩和された接触条件の場合の上下振動のポアソン比 $\nu = 1/3$ 、無次元振動数 $BB = 1.0$ の時の応力分布図である。縦軸に無次元応力の絶対値、横軸に矩形中心からX軸正方向への距離を取っている

図2に同じ条件でポアソン比 $\nu = 1/3$ の場合の上下振動のコンプライアンス関数を示す。

図3は、密着した接触条件でポアソン比 $\nu = 1/3$ の場合の水平振動のコンプライアンス関数を緩和された接触条件の場合と比較したものである。図中の実線が密着条件に対する解である。また、破線は緩和された接触条件による解である。この図は密着条件により剛性が増したことを示している。

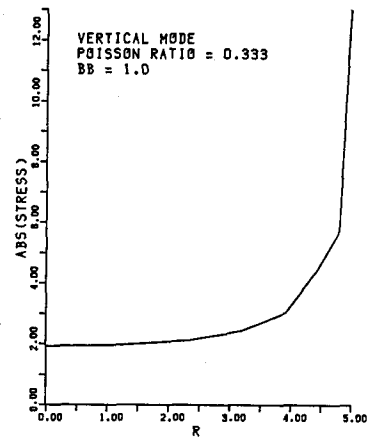


図1

4. 参考文献

- [1] 野嶋 治, 田治見 宏, 市川 修三
，建物と地盤の相互作用に関する基礎的研究，竹中技術研究報告，第9号，1973年1月
- [2] 板橋 友彦，半無限弾性体上の平板の振動に関する研究，第42回年次学術講演会，1-474，pp 982-983，昭和62年9月

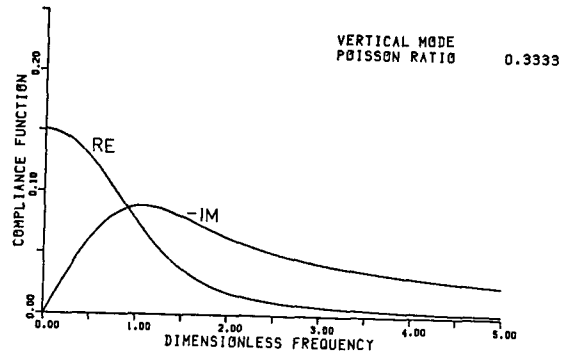


図2

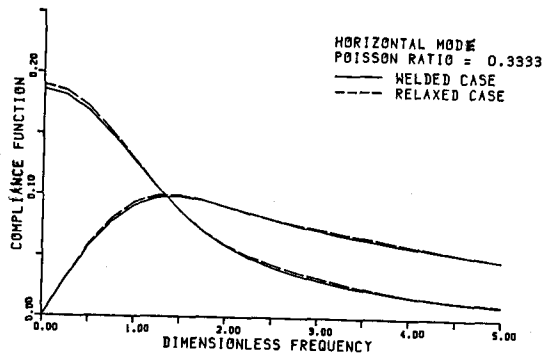


図3