I-477　有限要素法を用いた確率構造の周波数応答解析

鹿島建設㈱　正員　○沖見芳秀、右近八郎、吉清　孝

1.　はじめに

筆者らは、摂動法による確率有限要素法(SFEM)の比較的固有値変動の小さい場合、すなわち減衰定数を確率変数とした例について実構造への適用性を検討[1)]した。通常の摂動法を用いたSFEMでは、質量または剛性を確率変数とした場合にも、平均値は確定解析による値と一致し、本来確率変数の変動に対し非線形的に固有値が変動する現象を的確に把握することができない。本報告では伝達関数の確率変数軸に対する非線形的変動を、一質点系の応答を基にした補間関数で近似する手法を提案すると共に、モンテカルロ法により本手法の検証を行う。

2　解析手法

1) 伝達関数の一次展開

摂動法を用いて、伝達関数を一次展開で近似すると、

$$H(\omega;\mathbf{a})=H(\omega;\mathbf{0})+\sum_{i=1}^{n}\left.\frac{\partial H(\omega;\mathbf{a})}{\partial \alpha_i}\right|_{\mathbf{a}=\mathbf{0}}\alpha_i \tag{1}$$

$H(\omega;\mathbf{a})$:伝達関数、ω:角周波数、$\mathbf{a}$:確率変数ベクトル、$\mathbf{0}$:0ベクトル、n:確率変数の数

が得られる。

2) 補間関数による伝達関数の近似

通常の摂動法を用いた解析では、伝達関数を確率変数の線形一次結合で近似するため((1)式参照)、$\partial H/\partial a_i=0$ の近傍では一般に近似精度が悪い。本解析では一質点系の伝達関数、すなわち

$$H(\omega)=\frac{-m}{k-m\omega^2+2hki} \tag{2}$$

m：質量、k：剛性、h：減衰定数、i：虚数単位

を基本的関数形とし、伝達関数の各確率変数に対する補間関数を以下のように設定する。

$$\overline{H}(\omega;\alpha_i)=\frac{c_1+c_2\alpha_i}{1+c_3\alpha_i} \tag{3}$$

c_1、c_2、c_3：定数(複素数)

ここで、(1)式の $H(\omega;\mathbf{0})$ 及び $\left.\frac{\partial H(\omega;\mathbf{a})}{\partial \alpha_i}\right|_{\mathbf{a}=0}$ の値、並びに、(2)式を鑑み、複素の係数 c_1、c_2、c_3 を求め、各確率変数の補間関数を得る。

3) 時刻歴の統計処理

各伝達関数の時刻歴応答は以下の通り。

$$g(\alpha_i;t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)\overline{H}(\omega;\alpha_i)e^{i\omega t}dt \tag{4}$$

g：応答値、F：入力のフーリエ振幅

$$m_i(t)=E[g(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}g(\alpha_i;t)f_{Ai}(\alpha)d\alpha \tag{5}$$

$$\sigma_i^2(t)=Var[g(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}g\{(\alpha_i;t)-m_i(t)\}^2 f_{Ai}(\alpha)d\alpha \tag{6}$$

f_{Ai}；確率変数の確率密度関数

ここで、全体の統計量を以下の様に算定する。

$$m(t)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}m_i(t) \tag{7}$$

$$\sigma^2(t)=\frac{n-l}{n}\sum_i^n\sum_j^n\sigma_i(t)\sigma_j(t)\delta_{ij} \tag{8}$$

l : 同時に動く質量と剛性の組数

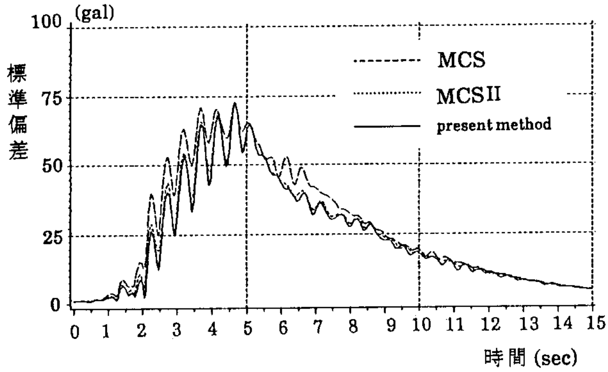
ただし、相関の影響は、補間関数算定時に以下のように近似する。

$$\left.\frac{\partial H(\omega;\alpha)}{\partial\alpha_i}\right|_{\alpha=0}=\left.\frac{\partial H(\omega;\alpha)}{\partial\alpha_i}\right|_{\alpha=0}+\sum_{i=1(i\neq j)}^{n}\left.\frac{\partial H(\omega;\alpha)}{\partial\alpha_j}\right|_{\alpha=0}E[\alpha_i\alpha_j] \tag{9}$$

4　数値解析例による検証

1) 一質点系モデル

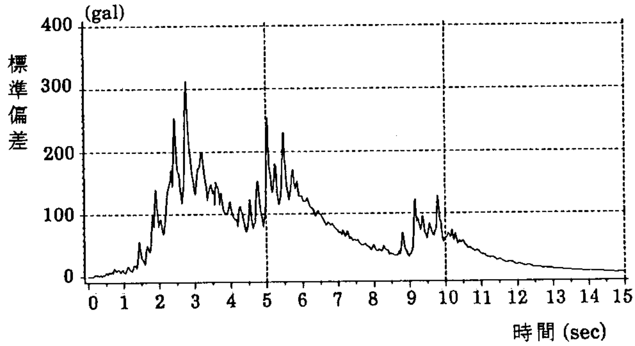
質量、剛性（共に変動係数0.2）を独立の確率変数とする一質点系モデルに、エルセントロ波(NS)を入力した時のモンテカルロ法(MCS n=400)、確率変数軸上のモンテカルロ法(MCSII n=400)、本手法、による標準偏差の応答を図1に示す。本手法と理論的に同等の解析条件であるMCSIIとは良く一致し、またMCSに対しても良い近似を与えることが分かる。



図－1　一質点系モデル

2)成層地盤モデル

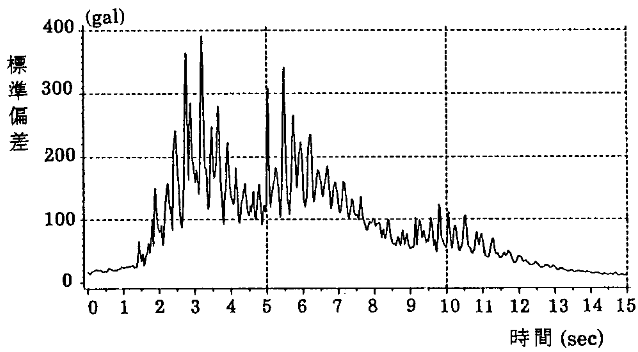
10要素、5物性の成層地盤モデルに対し、確率変数とし、各物性でヤング率、ポアソン比、減衰定数、密度をとり、物性間独立、物性内完全相関の条件で応答を行った。図2にMCS、図3に本手法による標準偏差の応答を示す。MCSのサンプル数が100と少なくMCSの標準偏差が小さくなっているものの、本手法は良い近似を与えることが分かる。



図－2　成層地盤モデル(MCS)

5　おわりに

補間関数を導入することにより、摂動法では一般に表現のできなかった確率構造の動的問題に対し、近似の良い解を得られることが分かった。今後、実問題に適用し、応用を図っていく予定である。なお、本報告は、土木学会論文集[2]に投稿した論文に加筆・修正したものである。



図－3　成層地盤モデル(本手法)

参考文献

1) 田中他：確率有限要素法を用いた周波数応答解析、土木学会第42回年講、1987. 9、Ⅰ. pp.572~573.

2) UKON, H., YOSHIKIYO, T., OKIMI, Y., and MATSUMOTO, T. : An Interpolation Function Method for Stochastic FEM Analysis under Dynamic Loads using Frequency Response Analysis, Proc. JSCE, 1988. 4.