I-476　ＡＲモデルを用いた波動伝播特性の推定方法に関する研究

埼玉大学大学院　学生会員　髙橋亜希子
埼玉大学工学部　正会員　川上英二

1．まえがき

従来、地震動の伝播特性は地盤の物性に基き、成層構造をした地盤に対しては重複反射理論を用いて、また、複雑な構造をした地盤に対しては有限要素法、差分法などを用いて、解析されている。これらの解析結果は、アレー観測など複数地点で観測された地震波形により検証されているが、実測波形から波動の反射、透過などの地震動の伝播特性を推定し、システムとして考えた地盤の構造を推定する方法としては、従来、相互相関関数を用いる方法、または、逆に、物性に基づくモデルで観測波形が説明できる事を示す方法などがある。しかしながら、前者の方法では、相互相関関数の形状が波動の伝播特性のみならず自己相関関数の形状の影響を大きく受けるものであり、また、後者の方法では、物性では現れなかった新しい反射面を発見する事は不可能であるため、観測結果から波動の伝播状況を直接求める方法を開発する事が望まれる。本研究では、アレー観測など複数地点で観測された地震波形から波動の反射、透過などがどのように行われているかを推定し、つまり、その地盤の構造を推定し、ある地点に１の大きさの変位が加わった場合に生ずる波動の伝播の様子を算定する事を目的としている。その際、地震動の波形を定常時系列と考え、自己回帰モデル（ＡＲモデル、Autoregressive Model）で表す方法を用いた。

2．解析理論

解析方法は図-1 に示す二つの手順から構成される。

[1] 係数 $a_{Mij}(m)$ の決定

k次元の定常時系列 $X(s)=\{x_1(s), x_2(s), \cdots, x_k(s)\}^T$ $(s=1,2,\cdots)$ を M 次の ＡＲモデルで表すと、$X(s)$は時刻 s-1 から過去 M 個の時点での値を用いて $X(s-1), \cdots, X(s-M)$で

$$X(s)=\sum_{m=1}^{M} A_M(m)\ X(s-m)\ +\ U(s) \qquad (1)$$

と表すことができる。ただし、$A_M(m)$は k 行 k 列のマトリクスであり、その(i,j)要素を $a_{Mij}(m)$と表す。また、$U(s)=\{\varepsilon_1(s), \varepsilon_2(s), \cdots, \varepsilon_k(s)\}^T$は k 次元のベクトルであり、その各要素$\varepsilon_i(s)$の二乗平均値が最小になるように $a_{Mij}(m)$を定めるものとする。式(1)のマトリクス表示を、成分で表示すると次式となる。

$$x_i(s)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{k} a_{Mij}(m)x_j(s-m)+\varepsilon_i(s) \qquad (i=1,2,\cdots,k) \qquad (2)$$

与えられた複数の時系列 $x_i(s)$ $(s=1,2,\cdots)$にＡＲモデルを適用し、係数 $a_{Mij}(m)$を定めるためには、具体的には、$x_i(s)$, $x_j(s)$の相互または自己相関関数 $R_{ij}(\ell)$ $(i,j=1,2,\cdots,k;\ell=1,2,\cdots,M)$を計算し、次の連立方程式

$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{k} a_{Mij}(m)R_{jh}(\ell-m)=R_{ih}(\ell) \qquad (h=1,2,\cdots,k;\ell=1,2,\cdots,M) \qquad (3)$$

を解く事になる[1]。さらに、M の値を変化させ、赤池らによる方法[1]により次数 M を決定する。

[2] 波動伝播特性の算定

ある一つの地点（時系列）において単位パルスの波形が入力（発生）した場合に、その他の地点（時系列）における変位を推定した。単位パルスとしてはある一時刻においてのみ１の大きさの変位が加わる時系列を想定し、この時系列及び[1]で求められた係数を式(1)(2)のＡＲモデルに代入し、他の時系列の応答を算定し、波動の伝播特性を把握するものとした。

3．解析例

二次元の時系列$x_1(s)$, $x_2(s)$ ($s=1,2,\cdots$)を考える。$x_1(s)$は図-2(a)に示すような適当に作成された不規則波形である。$x_2(s)$としては以下の①～④ の四つの場合を考えた。①は$x_1(s)$を時間τステップだけ遅らせた波形とする。②は$x_1(s)$を時間τまたは2τステップ遅らせた二つの波形を重ね合わせた波形とする。③は$x_1(s)$を時間τ, 2τ, 3τステップ遅らせ重ね合わせた波形、④は時間τ, 2τ, 3τ, 4τステップ遅らせ重ね合わせた波形とする。ただし、データの全長は200ステップとし、$\tau=5$ ステップの場合を解析した。

① $x_2(s)=x_1(s-\tau)$　　③ $x_2(s)=x_1(s-\tau)+x_1(s-2\tau)+x_1(s-3\tau)$

② $x_2(s)=x_1(s-\tau)+x_1(s-2\tau)$　　④ $x_2(s)=x_1(s-\tau)+x_1(s-2\tau)+x_1(s-3\tau)+x_1(s-4\tau)$

①～④の場合の$x_2(s)$の波形を図-2(b)-(e)に、また、上述の解析理論に基づき得られた$x_2(s)$の応答の計算結果を図-3(b)-(e)に示す。図-3(b)に示す①の場合には$x_1(s)$に大きさ１のパルスの変位が加わってから時間τステップ後に大きさ約0.9の明瞭なパルスの応答が現れている。②では時間τ, および2τステップ後に、③では時間τ, 2τおよび3τステップ後に、④では時間τ, 2τ, 3τおよび4τステップ後にパルスの応答が現れている事がわかる。

４．まとめ

ある一つの地点で観測される入射波動が透過・反射を繰り返し、この波形の厳密な線形結合として他の地点の波形が得られる場合には、本研究で提案した方法により、地盤の構造を推定し、波動の伝播特性を算定する事が可能である事が示された。他の地点での波形にさらに雑音が加わっている場合に対しては、この雑音の波動伝播特性の推定結果に及ぼす影響について現在検討を進めている。

参考文献　1)赤池弘次，中川東一郎：ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，1972

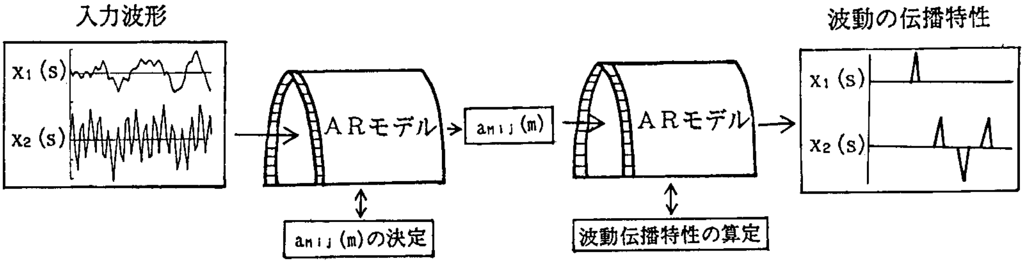

図-1　解析方法

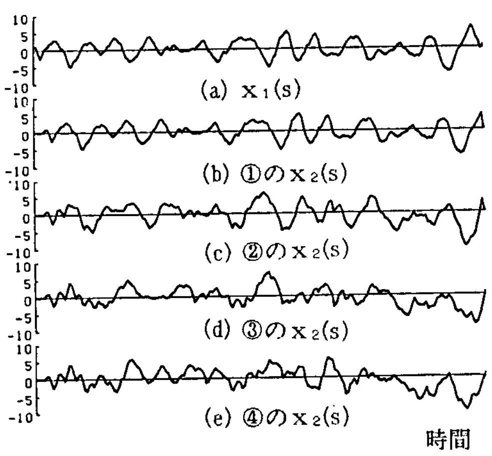

図-2　入力波形

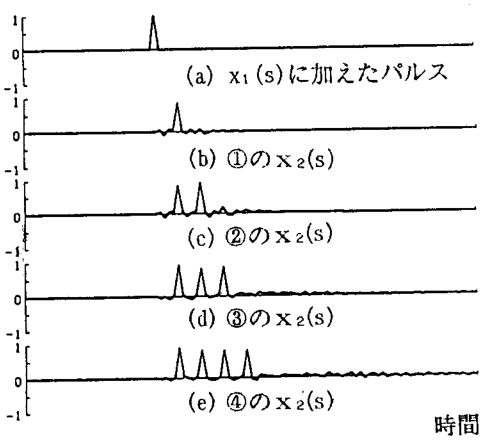

図-3　波動の伝播特性の解析結果