

I-463 確率特性を有する地盤の応答と地震動の空間-時間特性について

宮崎大学大学院 否笠友紀 宮崎大学工学部 正会員 原田隆典

1 まえがき 従来の地盤震動解析では、一般に、確定的な地盤定数(層厚, 土質定数等)を与えて、有限要素法や重複反射理論により応答値が計算される。しかし、地盤定数は場所とともに不規則に変わるものとしてとらえる方が現象をより忠実に表現できるように思われる。本研究では、確率特性を有する水平地盤の地震応答を解析し、これに基づいて、地震動の空間-時間パワースペクトル密度関数等を提案する。

2 土質定数が不規則に変動する表層地盤のせん断振動 図-1に示すような厚さH(定数)の表層地盤を考える。地震動 $U_b(x, t)$ は剛体基盤から入射し、水平伝播速度 c 、パワースペクトル密度関数 $S_{ub}(w)$ を有する定常不規則波とする。表層地盤はせん断変形が卓越するものとする、表層地盤での相対変位 U_r に関する運動方程式は次のようになる。

$$\rho(x, z) \ddot{U}_r - \frac{\partial}{\partial z} \left[G(x, z) \frac{\partial U_r}{\partial z} \right] = -\rho(x, z) \ddot{U}_b \quad (1)$$

ここに、 $\rho(x, z)$, $G(x, z)$ は x, z 点における土の密度とせん断剛性をあらわし、これらの土質定数は水平方向(x 軸)に不規則に変動するものとし、次式のように表現するものとする。

$$\rho(x, z) = \rho(z) [1 + f_\rho(x)], \quad G(x, z) = G(z) [1 + f_g(x)] \quad (2)$$

関数 $\rho(z)$, $G(z)$ は z に関する確定関数とする。関数 $f_\rho(x)$, $f_g(x)$ は土の密度およびせん断剛性の水平方向の不規則変動を表し、平均値は零とする。考えている表層地盤は水平方向にほぼ均質であるものとし、 $f_\rho(x)$, $f_g(x)$ の分散は微小とする。もちろん、 $f_\rho(x) = f_g(x) = 0$ ならば確定的な定数を持つ均質な表層地盤となる。

3 地震動変位の空間-時間特性 式(1)の運動方程式は、 $f_\rho(x) = f_g(x) = 0$ としたときのモード関数 $\psi_n(z)$ を用いて $U_r(x, z, t)$ を展開して解くことができる。さらに、 $f_\rho(x)$ と $f_g(x)$ の分散が微小であることを考慮すると、地震動の絶対変位 $U(x, t) (=U(x, 0, t))$ と $U(x + \xi, t)$ の相互パワースペクトル密度関数 $P_{uu}(\xi, w)$ が次式のように求る。これらの式で、 $c = \infty$ とし、1次モードのみ取り出せば金井-田治見スペクトルの形式を導くことができる。

$$P_{uu}(\xi, w) = S_{ub}(w) e^{-i \frac{w \xi}{c}} [\Lambda(w) + R f f(\xi) B(w)] \quad (3)$$

ここに、

$$\Lambda(w) = 1 + w^2 \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n [H_n(w) + H_n^*(w)] + w^4 \left[\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n H_n(w) \right] \left[\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n H_n^*(w) \right] \quad (4)$$

$$B(w) = w^4 \left[\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n w H_n(w) \right] \left[\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n w H_n^*(w) \right] \quad (5)$$

上式で β_n と $H_n(w)$ は n 次モード刺激係数と伝達関数で n 次の平均固有振動数 W_n と平均減衰定数 h_n とすれば次式のように与えられる。

$$\beta_n = \frac{(-1)^{n-1} 4}{\pi (2n-1)}, \quad H_n(w) = \frac{1}{(w_n^2 - w^2) + i 2 h_n w_n w}, \quad H_n^*(w) = -(2 w_n + i 2 h_n w) H_n^2(w) \quad (6)$$

$H_n^2(w)$, $H_n^*(w)$ は $H_n(w)$, $H_n^*(w)$ の共役複素数を意味する。また、 $R f f(\xi)$ は n 次の地盤の固有振動数 $W_n^2(x) = w_n^2 [1 + f(x)]$ の場所 x の変動量 $f(x)$ の自己相関関数を表す。図-2は $R f f(\xi) = \sigma_{ff}^2 [1 - 2(\xi/b)^2] \exp[-(\xi/b)^2]$ と仮定して、以下のパラメータ値を使って10次までのモードを考えたときの次式で定義するコヒーレンス関数 $\gamma(\xi, w)$ と伝達関数 $P_{uu}(0, w)/S_{ub}(w)$ をプロットしたものである。これまでの記録の解析から得られているようにコヒーレンス関数の値は振動数が高くなるほど^{*}、また、2点間距離が長くなるほど小さくなっている。これらの傾向は地盤の固有振動数の所で谷を持つ波状となっているのが特徴である。

4 地震動変位のシミュレーション 地表での変位波形 $U(x, t)$ (空間-時間で定常確率波と仮定している) を次式によって作成したものを図-4に示す。各点の波形は水平方向にほぼ均質な地盤と仮

定しているにもかかわらず大きく違っており，地盤の固有振動数の場所的なばらつきがこのような現象に強く影響していること言えよう。

$$\gamma(\xi, \omega) = \frac{|P_{uu}(\xi, \omega)|}{P_{uu}(0, \omega)} \quad \sigma_{ff} = 5\% \quad b = 141.42(\text{m}) \quad \omega_n = (2n-1)3 \quad (n=1 \sim 10) \quad (7)$$

$$h_1 = 0.25 \quad h_2 \sim h_{10} = 0.00$$

$$U(x, t) = \sqrt{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [\sqrt{2S_{uu}(\kappa_m, \omega_n)} \Delta \kappa \Delta \omega \cos(\kappa_m x + \omega_n t + \phi_{mn}^{(1)}) + \sqrt{2S_{uu}(-\kappa_m, \omega_n)} \Delta \kappa \Delta \omega \cos(-\kappa_m x + \omega_n t + \phi_{mn}^{(2)})] \quad (8)$$

$$S(\kappa, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{uu}(\xi, \omega) e^{-i\kappa \xi} d\xi, \quad \Delta \kappa = \frac{\kappa_u}{H}, \quad \Delta \omega = \frac{\omega_u}{H}$$

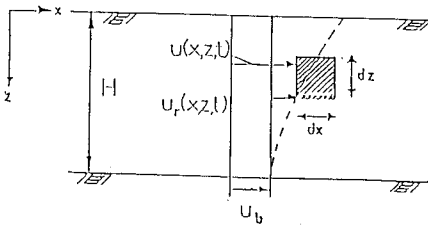


Fig.1 確率特性を有する水平地盤の数学的モデル

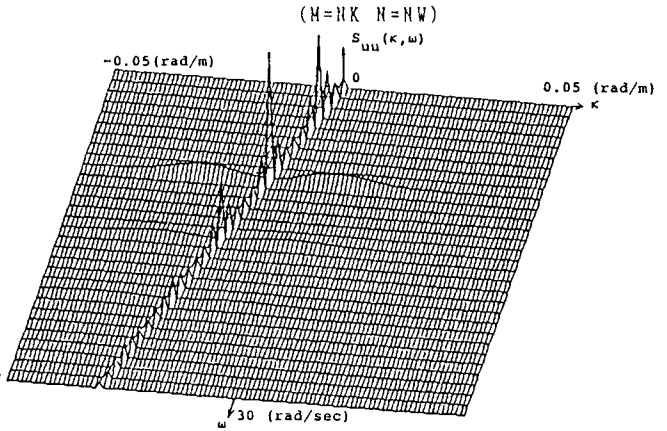


Fig.3 パワースペクトル密度関数

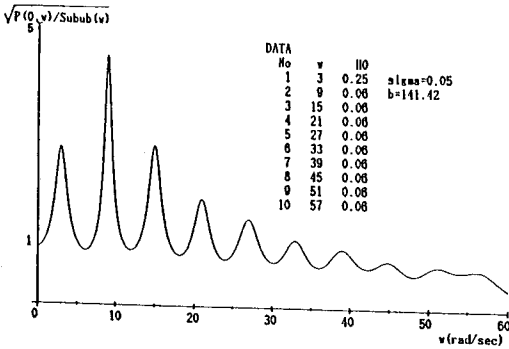


Fig.2 コヒーレンス関数と伝達関数

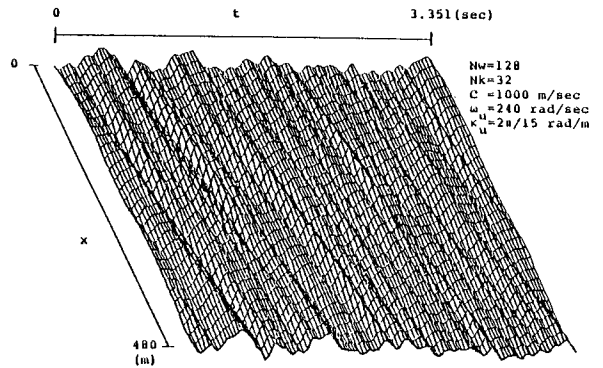


Fig.4 地表面での変位波形