土木学会第43回年次学術講演会（昭和63年10月）

I-462　時間・空間の関数としての地震波形をアレー観測記録から推定する方法について

埼玉大学工学部　正員　川上　英二

1．序 文

地震波動の伝播に伴う埋設管路の挙動は、応答変位法を用いて検討される事が多いが、本方法においては、地盤または基盤からの地震入力を管路に沿った各点で与える必要があり、この各点での変位の時刻歴をどのように推定するかが重要な問題である。近年、盛んに行われているアレー観測による記録は、この推定に役に立つものと考えられる。しかし、アレー観測記録では地上または地中の高々数点または数十点における時刻歴が観測されているに過ぎない。この事は、地震記録が時間に関しては連続的に記録されている事と対照的な事である。二つの観測点の記録を線形に内挿して各場所における変位を求めるという簡単な方法を考える事もできるが、この方法は、観測点間の距離が長く、波形が大きく異なる場合には適用する事が不可能である。また、波形が良く似ている場合にも地盤各点間の相対変位および地盤歪みを過少評価する危険性があると考えられる。本研究では、アレー観測記録より地盤変位を時間と場所との連続的な関数として合理的に内挿する方法を展開する事を目的としている。

2．方 法

地盤の変位 $F(x,t)$ を埋設管路に沿った一次元の場所 x と時間 t とに関する二重フーリエ級数に展開する。関数 $F(x,t)$ は次の 2 つの条件を満足するものと仮定する。

1） 観測波形間の相互相関関数を平均して得られる、または、適当に与えられた相互相関関数を満たす。この相互相関関数により、波動の伝播速度、波形の変形の程度（コヒーレンシー）が与えられるものとする。

2） アレー上の観測地点においては観測記録を厳密に満たす。

3．理 論

場所 x と時間 t における地盤の変位（速度、加速度でも同様の議論が成り立つ）を $F(x,t)$ で表し、これを、$0 \le x \le X,\ 0 \le t \le T$ の x-t 平面内の長方形領域で二重フーリエ級数に展開する。

$$F(x,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\{a_{mn}\cos(2\pi mx/X)\cos(2\pi nt/T)+b_{mn}\cos(2\pi mx/X)\sin(2\pi nt/T)$$
$$+c_{mn}\sin(2\pi mx/X)\cos(2\pi nt/T)+d_{mn}\sin(2\pi mx/X)\sin(2\pi nt/T)\} \tag{1}$$

この場合、係数は $m\neq0,\ n\neq0$ の場合、例えば次式のように求められる。

$$a_{mn}=\frac{1}{XT}\int_0^X\int_0^T F(x,t)\cos(2\pi mx/X)\ \cos(2\pi nt/T)dt\ dx \tag{2}$$

また、$m=0,\ n=0$ の場合、積分の前の係数は $4/(XT)$，$m=0,\ n\neq0$ または $m\neq0,\ n=0$ の場合、係数は、$2/(XT)$ となる。

1）相 互 相 関 関 数 を 満 足 す る

位置 x，時刻 t での変位 $F(x,t)$ が式(1) で表される場合、位置 x_0，時間 τ だけ異なる点での変位は $F(x+x_0,t+\tau)$ で与えられる。そこで $F(x,t)$ と $F(x+x_0,t+\tau)$ を掛け合わせ、場所 x、時間 t で平均する。そして、相互相関関数 $R_{XT}(x_0,\tau)$ を求める。

$$R_{XT}(x_0,\tau)=a_{00}^2+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2}(a_{0n}^2+b_{0n}^2)\cos(2\pi n\tau/T)+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{2}(a_{m0}^2+c_{m0}^2)\cos(2\pi mx_0/X)$$
$$+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\Big[\frac{1}{4}(a_{mn}^2+b_{mn}^2+c_{mn}^2+d_{mn}^2)\cos(2\pi mx_0/X)\ \cos(2\pi n\tau/T)$$
$$+\frac{1}{2}(a_{mn}d_{mn}-b_{mn}c_{mn})\sin(2\pi mx_0/X)\ \sin(2\pi n\tau/T)\Big] \tag{3}$$

一方、距離 x_0，時間差 τ の関数である相互相関関数 $R_{XT}(x_0, \tau)$を二重フーリエ級数に展開したもの（式(1)と同様に展開し、係数を A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn} で表す）と、係数を比較すると、例えば $m \neq 0$, $n \neq 0$ の場合次式を得る

$$A_{mn} = (a_{mn}^2+b_{mn}^2+c_{mn}^2+d_{mn}^2)/4, \quad B_{mn} = 0, \quad C_{mn} = 0, \quad D_{mn} = (a_{mn}d_{mn}-b_{mn}c_{mn})/2 \tag{4}$$

2) 観測地点においては観測記録を厳密に満たす

次に、2）の条件に対しては、観測点の位置 x_i （$i= 1,2,...,P$）を固定して考え、時刻 t のみの関数として変位 $F(x_i,t)$を考え、式(1)のように二次元のフーリエ級数に展開されたものを、時刻 t のみのフーリエ級数に書き直す。

$$F(x_i,t)= \sum_{n=0}^{\infty}\Big[\sum_{m=0}^{\infty}\{a_{mn}\cos(2\pi m x_i/X)+c_{mn}\sin(2\pi m x_i/X)\} \cos(2\pi nt/T)$$
$$+ \sum_{m=0}^{\infty}\{b_{mn}\cos(2\pi m x_i/X)+d_{mn}\sin(2\pi m x_i/X)\} \sin(2\pi nt/T)\Big] \tag{5}$$

一方、従来のスペクトル解析で行われているように、各観測点での変位記録 $F(x_i,t)$ は時刻 t のみの関数であり、時刻 t でフーリエ級数に展開すると次式となり、

$$F(x_i,t)= \sum_{n=0}^{\infty}\{ \alpha_{in} \cos(2\pi nt/T)+ \beta_{in} \sin(2\pi nt/T)\} \tag{6}$$

実測記録より係数α_{in}, β_{in} が求められる。式(5)(6)の右辺のcos，sinの係数を比較し、次の関係式

$$\alpha_{in}= \sum_{m=0}^{\infty}\{a_{mn}\cos(2\pi m x_i/X)+c_{mn}\sin(2\pi m x_i/X)\} \tag{7}$$

$$\beta_{in}= \sum_{m=0}^{\infty}\{b_{mn}\cos(2\pi m x_i/X)+d_{mn}\sin(2\pi m x_i/X)\} \tag{8}$$

を得る。本式の m,n に関する無限級数を有限な級数（$0 \le m \le M$, $0 \le n \le N$)とし、マトリクス表示する。

3) 最適化問題への置き換え

結局、以上の問題は、制約条件を式(7)(8)として、次の目的関数を最小とする係数 $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$ を求める最適化問題になる。

$$\Delta_n = \sum_{m=0}^{M} f(a_{mn},b_{mn},c_{mn},d_{mn}) \longrightarrow \text{minimum } (= 0) \tag{9}$$

ただし、式(4)等より、

$$f(a_{mn},b_{mn},c_{mn},d_{mn}) \begin{cases} = | A_{mn} - a_{mn}^2 | & (m=0, n=0 \text{ の場合}) \\ = | A_{mn} - (a_{mn}^2+b_{mn}^2)/2 | & (m=0, n\neq 0 \quad 〃) \\ = | A_{mn} - (a_{mn}^2+c_{mn}^2)/2 | & (m\neq 0, n=0 \quad 〃) \\ = | A_{mn} - (a_{mn}^2+b_{mn}^2+c_{mn}^2+d_{mn}^2)/4 | & \\ \quad + | D_{mn} - (a_{mn}d_{mn}-b_{mn}c_{mn})/2 | & (m\neq 0, n\neq 0 \quad 〃) \end{cases} \tag{10}$$

この条件付最適化問題を数値計算を行う事により解き、係数 $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$を求めれば良い事になる。

最後に、本研究を進めるにあたって、埼玉大学建設工学科の学生であった田中淳・小嶋伸一君にご協力を頂きました。また、文部省科研費（重点領域研究(1)、代表者：佐武正雄教授）の援助を受けました。記して感謝の意を表します。