

岡 山 大 学 正 会 員 竹 宮 宏 和
 岡 山 大 学 学 生 員 ○ 小 野 正 樹
 (株) 建設技術研究所 田 中 宏 明

1. まえがき 近年の地震による被害は、新しく開発された丘陵地や埋立地などの不規則な地層構成を有する造成地盤に集中する傾向がある。また、都市の立地する地盤全域や、広域的な拡がりを持つ長大構造物を対象とする場合には、表層地盤の地形的な変状を考慮する必要がある。本研究は、構造物が、不整形基盤層上の軟弱沖積層地盤内に建設される場合の波動伝播を考慮した解析を、境界要素法(BEM)、および有限要素法(FEM)とのハイブリッド手法を用いて扱っている。2次元波動伝播に対する数値解析を通して不整形基盤層の影響を明らかにしている。

2. 定式化 BEMによる定式化では、対象系内の波動方程式を満足するグリーン関数の評価が重要である。ここでは地盤領域は半無限の拡がりを仮定している。しかし、半無限体に対するグリーン関数は解析的には求め難く、表面波に対して波数領域における無限積分項を含んだ形で定式化される。本研究では、精度、演算時間共に優れたチェビシェフ多項式²⁾を用いて無限積分項を処理している。

<BEMによる定式化(領域接合法)> 対象とする沖積谷は任意形状を持ち、奥行方向へは無限の拡がりを持つ平面歪を仮定する。境界 Γ によって分割される領域I、IIは波動媒体として異なる材料特性を持つ様な等方均質弾性体とする。領域I、IIは、境界面で接合され、変位の連続性と応力のつり合い条件を満足するものとする。

入射波は、水平面に対して任意の傾斜角で入射する面外波(SH波)、面内波(P波、S波)とする。領域Iにおける変位場 U_1 は入射波と反射波による変位場 U_1^i と境界 Γ によって生じる散乱波による変位場 U_1^s 、領域IIにおける変位場 U_2 は、境界 Γ によって生じる散乱波による変位場 U_2^s となる。したがって、

$$U_1 = U_1^i + U_1^s, \quad U_2 = U_2^s \quad (1)$$

領域I、IIの散乱波による変位場 U_1^s, U_2^s は、境界 Γ からわずかに離れた仮想境界 C_1, C_2 上に加振力を想定したソース問題によって定式化できる(Fig.2参照)。つまり、グリーン関数 G_u を用いて、次式のように表される。

$$U_1^s = \int_{C_1} G_u(P, Q) p_1(Q) dS_{C_1}, \quad U_2^s = \int_{C_2} G_u(P, Q) p_2(Q) dS_{C_2} \quad (2)$$

ただし、 $p(Q)$ は未知加振外力、 Q は加振点、 P は応答点を示す。境界 Γ 、仮想境界 C_1, C_2 に離散化を施し、境界条件として境界 Γ での変位の連続性($U_1=U_2$)と、応力のつり合い条件($\sigma_1 = \sigma_2$)を導入すれば、

$$\sum_{m=1}^N p_m(Q_m) G_u(P_L, Q_m) - \sum_{n=1}^N p_n(Q_n) G_u(P_L, Q_n) = -U_1^i(P_L) \\ \sum_{m=1}^N p_m(Q_m) G_t(P_L, Q_m) - \mu_2/\mu_1 \sum_{n=1}^N p_n(Q_n) G_t(P_L, Q_n) = -\sigma_1^i(P_L) \quad (3)$$

となる。ただし、 μ_1, μ_2 はそれぞれ領域I、IIのせん断弾性定数を示す。簡略化のためマトリックスで示せば、

$$G x = b \quad (4)$$

となり、前式より未知加振外力ベクトル x は、

$$x = [[\text{conj}(G)]^T G]^{-1} [\text{conj}(b)]^T b \quad (5)$$

と求める。地盤内の任意点の変位と応力は、式(1),(2)から計算できる。

<ハイブリッド法による定式化> 有限要素法(FEM)は複雑な形状の構造物を含む近傍地盤に対してモデル化、解法が容易であり、この利点を取り入れたFEM-BEMのハイブリッド法の定式化を行う。その際、Fig.3に示すようにサブストラクチャ法に従って、近傍地盤(FEM)と遠地盤(BEM)領域に分割する。両領域は、インターフェイス b 上の節点においてのみ変位の連続性と応力のつり合い条件を満足する。媒体Iのみからなる領域の仮想境界 b' 上に離散力を与え、グリーン関数を用いてインターフェイス b 上の応答を求める。次に、インタ

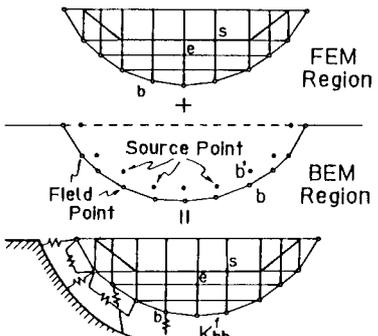
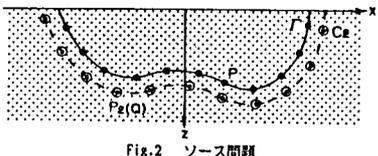
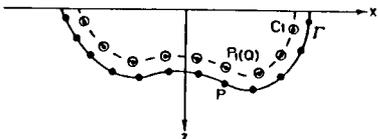
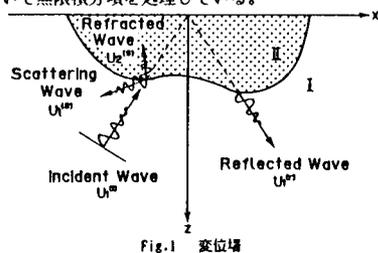


Fig.3 サブストラクチャ法

一フェイスbを直接離散化して得られる離散応答値との両力学系でMaxwell-Bettiの相反定理を適用すれば、

$$\sum_{\text{全要素}} \left(\int_{S_b} \mathbf{G}_u^T(\mathbf{x}, \xi) \mathbf{N}^e(\mathbf{x}) dS(\mathbf{x}) \right) \hat{\mathbf{u}}_b(\xi) = \sum_{\text{全要素}} \left(\int_{S_b} \mathbf{G}_t^T(\mathbf{x}, \xi) \mathbf{G}_t^e(\mathbf{x}, \xi) dS(\mathbf{x}) \right) \hat{\mathbf{t}}_b(\xi) \quad (6)$$

ただし、 \mathbf{G}_u は変位のグリーン関数、 \mathbf{G}_t は応力のグリーン関数、 \mathbf{N} は内挿関数、 $\hat{\mathbf{u}}_b, \hat{\mathbf{t}}_b$ はインターフェイスbにおける離散変位値および離散応力値を示す。簡略化のため、マトリクスで表せば、

$$\mathbf{G} \hat{\mathbf{t}}_b = \mathbf{H} \hat{\mathbf{u}}_b \quad (7)$$

となる。したがって、インターフェイス節点bの節点力 $\hat{\mathbf{P}}_b$ 、節点変位 $\hat{\mathbf{u}}_b$ の関係は、

$$\hat{\mathbf{P}}_b = (\mathbf{H}^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}) \hat{\mathbf{u}}_b = \mathbf{K}_{bb}^f \hat{\mathbf{u}}_b \quad (8)$$

となる。ここで、 \mathbf{K}_{bb}^f は、遠地盤領域の地盤インピーダンスである。一般にFEM領域の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{P} - \mathbf{P}_b \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ は、当該領域の質量、減衰、剛性マトリクスで、 $\ddot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$ は、加速度、速度、変位、 \mathbf{P} は外力、 \mathbf{P}_b は遠地盤との連成力ベクトルである。ここで、定常調和振動を考え、動的剛性を \mathbf{D} とし、内部節点iとインターフェイス節点bとに分割マトリクス表示すれば、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ii}^n & \mathbf{D}_{ib}^n \\ \mathbf{D}_{bi}^n & (\mathbf{D}_{bb}^n + \mathbf{K}_{bb}^f) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_i \\ \hat{\mathbf{u}}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_i^n \\ \mathbf{K}_{bb}^f \mathbf{u}_b^n - \mathbf{P}_b^n \end{Bmatrix} \quad (10)$$

となる。したがって、地盤領域の地盤インピーダンス \mathbf{K}_{bb}^f と連成力を含んだ形でFEM解析を行うことができる。実際の応答計算には、式(10)において表層地盤の固有モード分解を導入して効率化を図っている。

3. 数値解析例および考察 本研究では、円形、楕円形、逆三角形の沖積谷を対象に、入射波の種類、入射角 θ 、無次元振動数 $\eta = 2a/\lambda$ をパラメータに地表面応答を求めている。ただし、 a は沖積谷の半幅、 λ は入射波の波長である。Fig.4,5,6に、BEMの領域接合法で求めたSH波、P波、SV波入射に対する円形沖積谷の無次元化地表面応答を示す。同図より、沖積層の堆積している地盤上で大きく増幅している地点があり、不整形基盤面の影響が明らかとなった。ハイブリッド法の解は当日発表する予定である。

4. 結論 本研究によって得られた結果を参照すれば、基盤面の形状によって変位の出方にかかなりの差異が見られる。また、入射波振動数が高まるにつれて、変位の変化が著しくなる傾向がうかがわれる。実際問題への適用に際しては、以上の2点が重要なポイントであろう。

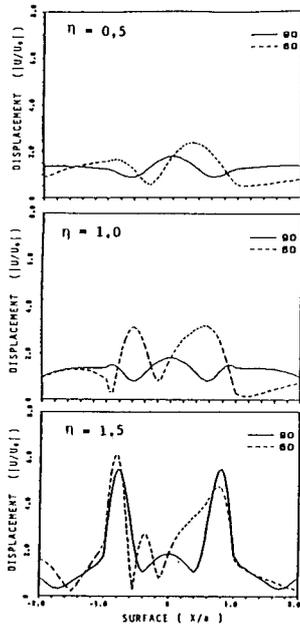


Fig.4 地表面応答 (SH波)

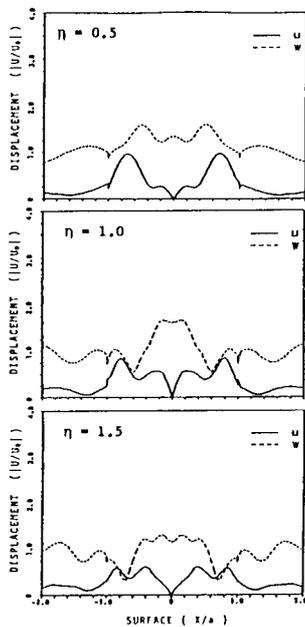


Fig.5 地表面応答 (P波)

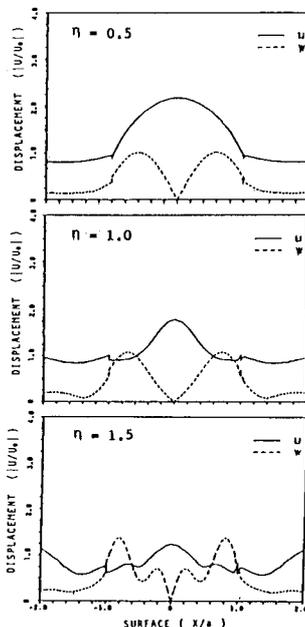


Fig.6 地表面応答 (SV波)

$\nu = 1/3$
 $\mu_1/\mu_2 = 6.0$
 $V_{p1}/V_{s1} = 2.0$
 $V_{s1}/V_{s2} = 2.0$
 $V_{p1}/V_{p2} = 2.0$
 $V_{p2}/V_{s2} = 2.0$

参考文献

1) M.Dravinski; Scattering Of Elastic Waves By An Alluvial Valley Of Arbitrary Shape; Report No.CE80-06; 1980
 2) C.V.Clenshaw and A.R.Curtis; A Method For Numerical Integration On An Automatic Computer; Numerische Mathematik 2. pp.197-205; 1960